Základní poznatky stacionárních pochodů lisování

Mezi tzv. **stacionární pochody lisování trubek a válcových polotovarů** zařazujeme všechny úkony, které tvářejí válcový element polotovaru na rovněž válcový element výlisku, avšak s jinými rozměry.

Všechny stacionární pochody tažení polotovarů lze rozdělit do čtyř základních skupin v závislosti na smyslu **meridiálních napětí σ_2** a smyslu **obvodových deformací φ_1:**

► **1) Tažení s rozšiřováním** – při němž stav rovinné napjatosti způsobuje zvětšení průměru polotovaru, vlivem meridiálních tlakových napětí σ_2 a tahových napětí obvodových σ_1.

► **2) Tažení se zužováním** – je charakterizované zmenšováním průměru polotovaru vlivem tlakových napětí obvodových σ_1 a tahových napětí meridiálních σ_2.

► **3) Rozšiřování** – dochází ke zvětšování průměru polotovaru při meridiálních tlakových napětích σ_2 a tahových napětí obvodových σ_1.

► **4) Zužování** – vlivem tahových meridiálních napětí σ_2 a obvodových tlakových napětí σ_1 dochází k zmenšování průměru polotovaru.

1) Zásady a zjednodušení výpočtu u stacionárních pochodů tvářením:

- Při lisování a tažení tenkostěnných válcových polotovarů, např. trubek, objímek, válcových stěn tažených nádob se předpokládá změna tloušťky stěny a změny meze kluzu, které doprovázejí deformaci polotovaru.
- Schémata napětí a deformací jsou nezávislá na čase, čímž je problém výpočtu značně usnadněn a může být řešen pomocí poměrně jednoduchých metod, založených na **energetické bilanci pochodu**.

- Nejedná se tedy o metodu **statickou** (napjatost polotovaru je určována dosazením podmínky plasticity do rovnic rovnováhy a řešením takto získané diferenciální rovnice – při tloušťce plechu a mezi kluzu = konst.), ale o metodu **dynamickou**, která sleduje jak změnu tloušťky stěny v závislosti na změně meze kluzu tvářeného polotovaru, tak také velikost spotřebované práce, která je potřebná na přemístění a deformaci jednotlivých elementů, jejíž velikost vychází právě z **energetického rozboru** daného procesu.

2) Energetický rozbor stacionárních pochodů při tváření

Energetický rozbor stacionárních pochodů předpokládá, že **práce A_Z vnější síly**, nutná k tváření, je částečně vynaložena na plastickou deformaci zpracovávaného materiálu $\mathbf{A_{PL}}$, zbytek se jako třecí práce $\mathbf{A_T}$ mění na teplo na styčných plochách materiálu a nástroje. Pak platí:

$$\boxed{A_Z = A_{PL} + A_T} \qquad (1)$$

Vyjadřující **energetickou bilanci pochodu**. Po zavedení součinitele účinnosti pochodu η, určeného vzorcem:

$$\boxed{\eta = \frac{A_{PL}}{A_Z} = 1 - \frac{A_T}{A_Z}} \qquad (2)$$

je možno závislost napsat ve tvaru:

$$\boxed{A_Z = \frac{A_{PL}}{\eta}} \qquad (3)$$

nebo, při deformaci stejného druhu:

$$\boxed{A_Z = \frac{w}{\eta} \times V} \qquad (4)$$

kde: w – práce plastické deformace vztažené na jednotku objemu tělesa,
V – objem tvářeného materiálu.

Ve stacionárních pochodech má **síla F**, vyvíjená nástrojem a působící na tvářený materiál, stálou hodnotu. Proto práce této síly vynaložené na přemístění **h** je:

$$\boxed{A_Z = F \times h} \qquad (5)$$

kde: A_Z – práce vnější síly.

Současně s přemístěním materiálu o veličinu h se zvětší objem tvářeného materiálu o:

$$\boxed{V = S \times h} \qquad (6)$$

kde: V – zvětšený objem tvářeného materiálu,
S – je příčný průřez té části polotovaru, na kterou působí síla F.

Dosazením těchto vztahů do rovnice (4) dostaneme po dělení veličinou **h** (přemístění materiálu), základní vzorec pro **sílu působící ve stacionárních pochodech:**

$$\boxed{F = \frac{w}{\eta} \times S} \qquad (7)$$

kde: w – práce plastické deformace vztažené na jednotku objemu tělesa,
η – součinitel účinnosti pochodu,
S – je příčný průřez té části polotovaru, na kterou působí síla F.

Podělíme-li tuto rovnici plochou **S** příčného průřezu polotovaru přenášejícího sílu **F**, dostaneme **meridiální napětí σ_2**, působící v tomto průřezu, tedy:

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{F}{S} = \frac{w}{\eta}} \qquad (8)$$

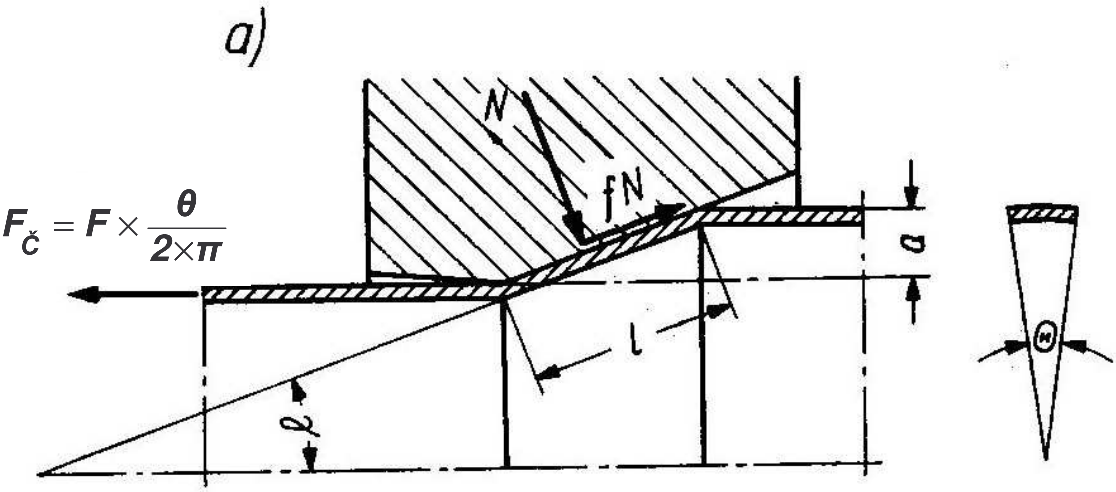
kde: F – síla působící na příčný průřez S,
S – je příčný průřez té části polotovaru, na kterou působí síla F,
w – práce plastické deformace vztažené na jednotku objemu tělesa,
η – součinitel účinnosti pochodu.

<u>Meridiální napětí σ_2 v příčném průřezu polotovaru</u> při stacionárním pochodu je rovno <u>měrné plastické deformaci **w** podělené součinitelem účinnosti pochodu η</u>.

Aby bylo možno určit **<u>velikost práce A_Z, sílu F, popřípadě velikost meridiálního napětí σ_2</u>**, jež zajímá technologa, je třeba znát <u>součinitel účinnosti pochodu η</u> a hodnotu <u>jednotkové práce w spotřebované k plastické deformaci</u>.

<u>Určení přibližné hodnoty součinitele účinnosti u stacionárních pochodů:</u>

<u>A) Pracovní plocha nástroje má tvar kužele o středovém úhlu $2 \times \gamma$ (viz. obr.1):</u>



Obr. 1 Kuželový nástroj o středovém úhlu $2 \times \gamma$

Na element polotovaru vymezený dvěma rovinami procházejícími osou polotovaru a tvořícími velmi malý úhel θ působí pak tyto síly s průměty ve směru osy:

1) Část vnější síly $\mathbf{F_{\check{c}}}$ připadající na zkoumanou výseč polotovaru a rovnající se:

$$\boxed{F_{\check{C}} = F \times \frac{\theta}{2 \times \pi}} \qquad (9)$$

2) Složka **N** tlaku nástroje směřující kolmo k tvořící přímce kužele.

3) Složka **f** × **N**, směřující podél tvořící čáry ve směru opačném k pohybu materiálu.

Podmínkou rovnováhy těchto sil ve směru osy nástroje potom je:

$$N \times \sin\gamma + f \times N \times \cos\gamma = F \times \frac{\theta}{2 \times \pi}$$

a po úpravě:

$$\boxed{N = \frac{F}{\sin\gamma + f \times \cos\gamma} \times \frac{\theta}{2 \times \pi}} \qquad (10)$$

Zanedbáme-li pro zjednodušení změnu délky tvořící čáry, k níž dochází při některých pochodech, pak práci vnější síly:

$$A_Z = F \times h$$

vykonané při posunu **h**, odpovídá **práce tření**:

$$\boxed{A_T = f \times N \times h \times \frac{2 \times \pi}{\theta}} \qquad (11)$$

která je součinem složky **f** × **N** a posunu **h**. Dosadíme-li v tomto vzorci místo složky **N** veličinu vyjádřenou vzorcem (10), dostaneme:

$$\boxed{A_T = \frac{f \times F \times h}{\sin\gamma + f \times \cos\gamma}} \qquad (12)$$

Známe-li práci tření A_T a jí odpovídající celkovou práci A_Z ze vzorce (5), je možno s použitím vztahu (2) vyjádřit hodnotu součinitele účinnosti vztahem:

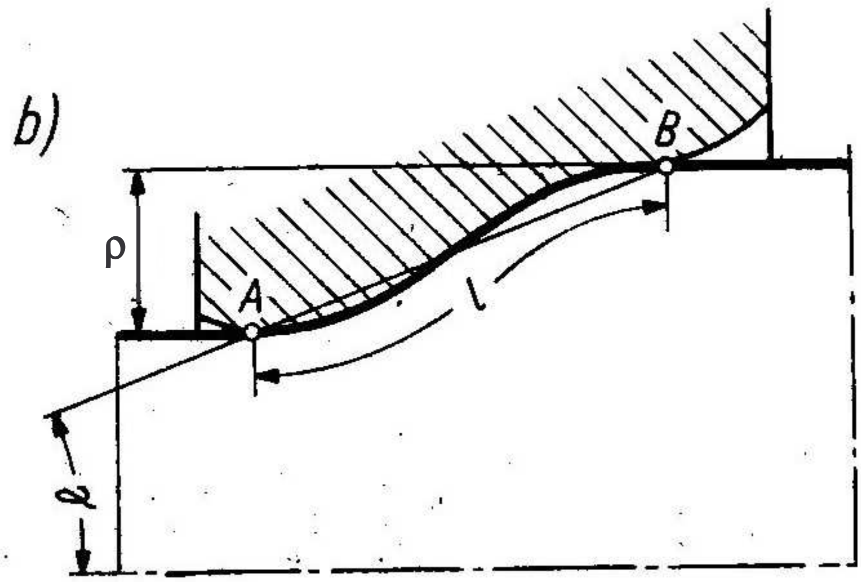
$$\boxed{\eta = 1 - \frac{A_T}{A_Z} = 1 - \frac{f}{\sin\gamma + f \times \cos\gamma}} \qquad (13)$$

Tuto závislost lze rovněž napsat ve tvaru:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{l}{a} \times \frac{f}{1 + f \times \operatorname{cotg}\gamma}} \qquad (14)$$

kde: l – délka tvořící čáry kužele, na níž materiál přiléhá k nástroji,
a – průmět této tvořící čáry na rovinu kolmou k ose (obr.1).

B) Obrys nástroje není kuželový (viz. obr. 2):



Obr. 2 Nástroj nekuželového charakteru

Abychom určili hodnotu **součinitele účinnosti η** v případě, kdy obrys nástroje není kuželový, je třeba nahradit skutečný obrys kuželem, jehož tvořící čáru vedeme krajními body AB (délka styku materiálu s nástrojem), jak je znázorněno na obr. 2. Tímto způsobem určíme **úhel γ** vyskytující se ve vzorci (14). Budeme uvažovat **délku l** rovnající se skutečné délce styku materiálu s tažníkem a nikoli vzdálenosti krajních bodů AB (viz. obr. 2). Tím budeme uvažovat i vzrůst třecí práce způsobené zvětšením styčné plochy tvářeného materiálu s nástrojem.

Ve zvláštním případě, kdy nástroj tlačí na materiál podél kruhového oblouku o poloměru ρ a středovém úhlu π /2 je délka dotyku $l = \rho \times \frac{\pi}{2}$ a průmět této čáry na směr kolmý k ose je a = ρ. Úhel γ přímky spojující krajní body čáry styku je v tomto případě π/4, a tedy cotg γ = 1. Dosazením těchto veličin do vzorce (14) dostaneme:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\pi}{2} \times \frac{f}{1+f}} \qquad (15)$$

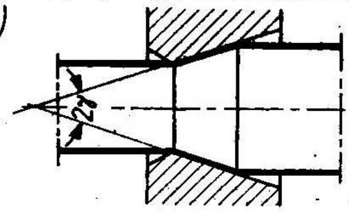
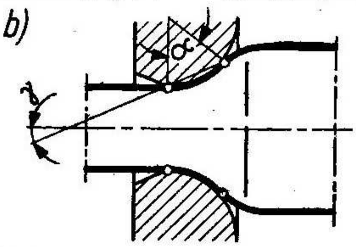
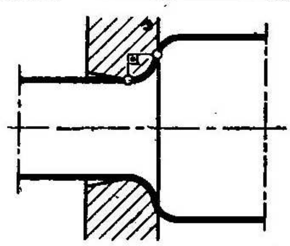
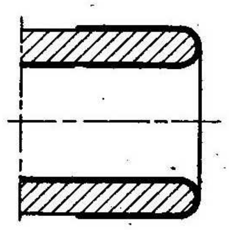
Tvoří-li čára dotyku půlkruh, jako je tomu u metody tažení obracením, dostaneme:

$l = \pi \times \rho$, $a = 2 \times \rho$, $\gamma = \pi / 2$, $\mathrm{cotg}\, \gamma = 0$.

Po dosazení těchto veličin do vzorce [14] dostaneme:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\pi}{2} \times f} \qquad (16)$$

Tyto výsledky jsou sestaveny v tab. 1, v níž jsou rovněž uvedeny hodnoty součinitele η, vypočítané pro f = 0,15.

Tvar obrysu nástroje	Obecný vzorec	Hodnota
a) 	$\eta = 1 - \dfrac{f}{\sin\gamma + f\cos\gamma}$	je-li: $f = 0{,}15$ $\gamma = 30^\circ$ $\eta = 0{,}76$
b) 	$\eta = 1 - \dfrac{f\alpha}{1 - \cos\alpha + f\sin\alpha}$	je-li: $f = 0{,}15$ $\alpha = 60^\circ (\gamma = 30^\circ)$ $\eta = 0{,}75$
c) 	$\eta = 1 - \dfrac{\pi}{2}\dfrac{f}{(1+f)}$	$f = 0{,}15$ $\eta = 0{,}8$
d) 	$\eta = 1 - \dfrac{\pi}{2} f$	$f = 0{,}15$ $\eta = 0{,}76$

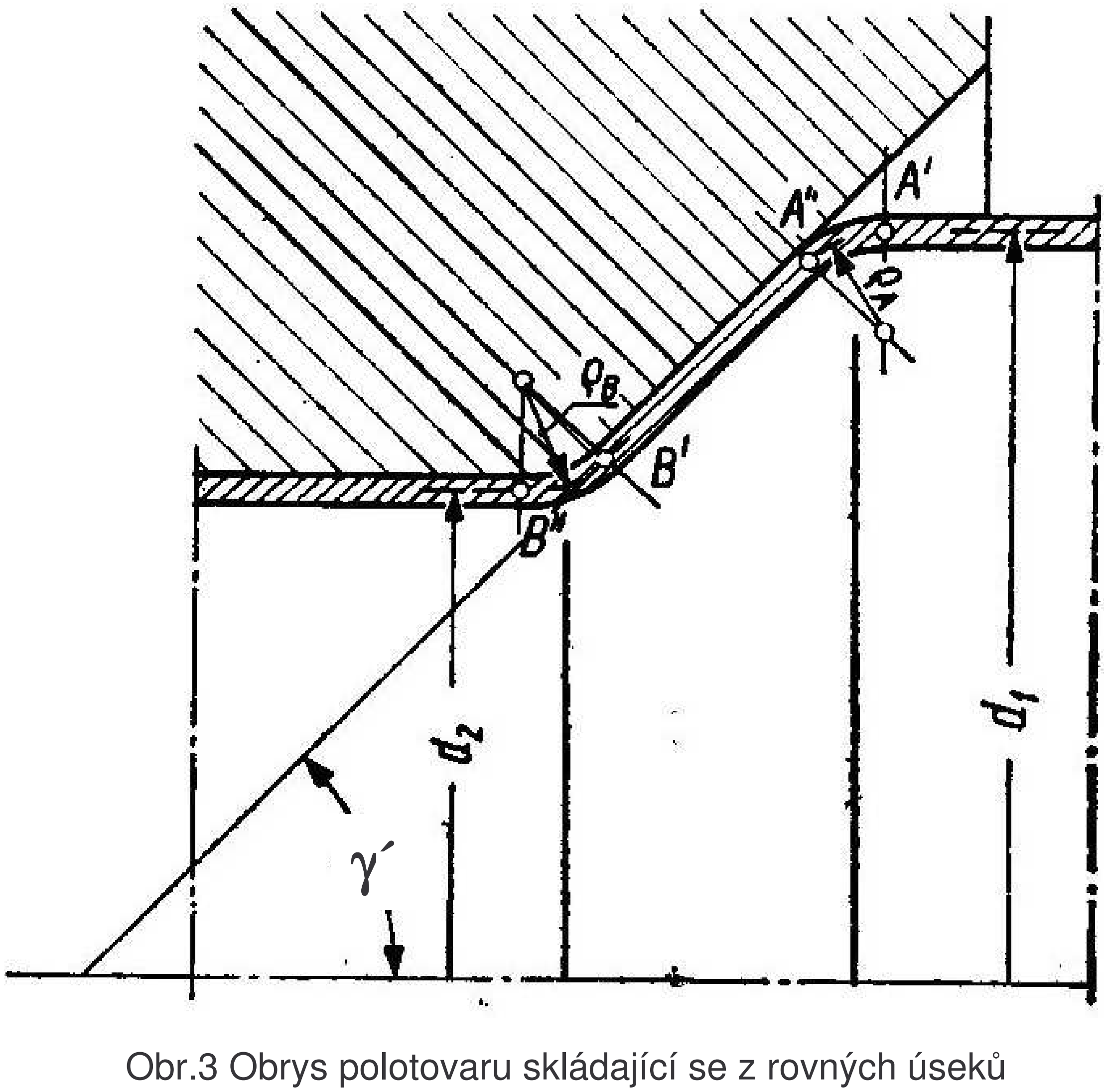
Tab. 1 Účinnost stacionárních lisovacích pochodů při různých tvarech nástroje

Určení měrné plastické deformace w u stacionárních pochodů:

Ve stacionárních pochodech tažení válcových výtažků je deformace plechů způsobena:

- Postupnými změnami zakřivení poledníku polotovaru,
- Změnou průměru a tloušťky taženého válcového elementu.

Pro zjednodušení zavedeme předpoklad, že oba druhy deformací vznikají nezávisle a nahradíme skutečný obrys poledníku obrysem zjednodušeným, složeným výhradně z přímých úseků a kruhových oblouků, viz. obr. 3.



Obr.3 Obrys polotovaru skládající se z rovných úseků a kruhových oblouků

Při změně obrysu polotovaru zavedeme předpoklady:

- Během tažení v bodech A´, A´´, B´, B´´ není průměr polotovaru podroben změně,
- Při změně polotovaru se nemění jeho zakřivení v meridiální rovině.

Celkovou deformaci materiálu $\varphi_{i\ celk}$ lze určit jako součet středních hodnot deformací $\varphi_{i\ A'}, \varphi_{i\ A''}, \varphi_{i\ B'}, \varphi_{i\ B''}$ souvisejících se změnou křivosti v bodech **A´, A´´, B´, B´´**, a deformace náhradní $\varphi_{i\ AB}$ spojené se změnou rozměrů polotovaru:

$$\boxed{\varphi_{i\ celk} = \varphi_{i\ AB} + \Sigma\, \varphi_i} \qquad (17)$$

Předpoklad:

- **Střední hodnota meze kluzu R_e** v průřezu tvářeného polotovaru je funkcí takto určené celkové deformace materiálu (znamená to např. že ohýbání plechu vyvolává v důsledku stlačení stejný střední vzrůst meze kluzu R_e jako obdobná deformace spojená se změnou průměru, jsou-li hodnoty náhradní deformace v obou případech navzájem rovny).
- Tím je umožněno zjednodušením problému určit jednoduchou cestou **hodnotu měrné práce pomocí křivek diagramu zpevnění**.

Odpovídá-li výchozí stav tvářeného materiálu počátečnímu bodu křivky na diagramu zpevnění, pak je možno určit měrnou práci plastické deformace ze vzorce:

$$\boxed{w = \frac{L}{V} = \lambda \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \qquad [J.mm^{-3}] \qquad (18)$$

kde:
- L – deformační práce,
- V – objem tvářeného materiálu,
- λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
- R_e – mez kluzu daného materiálu,
- $\varphi_{i\ celk}$ – celková hodnota plastické deformace

<u>Střední hodnotu intenzity deformace φ_i</u>, spojené se změnou zakřivení, lze určit pomocí vzorce:

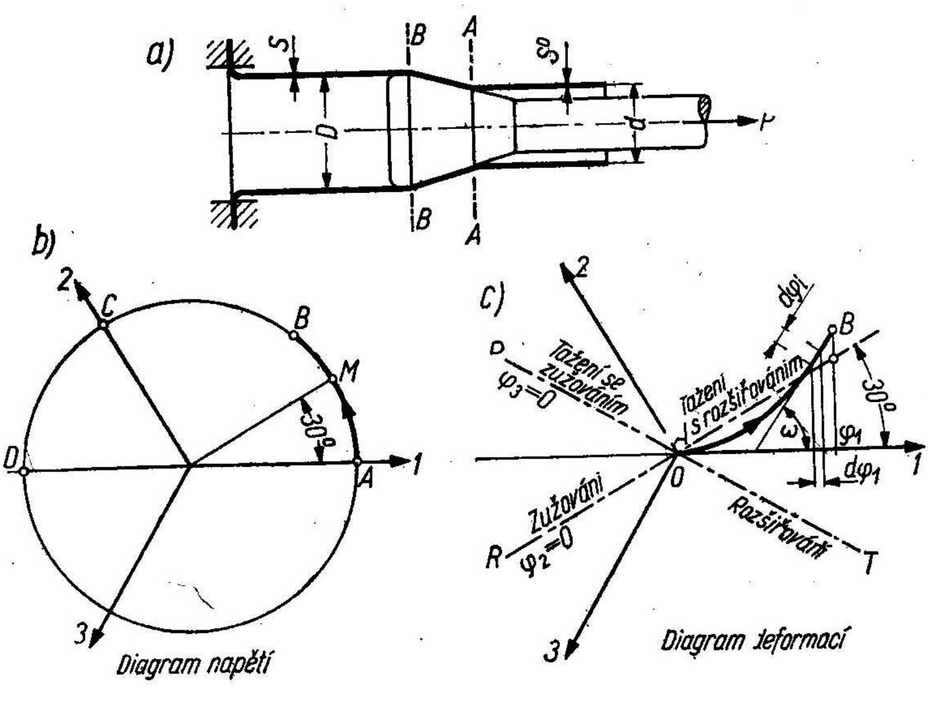
$$\boxed{\varphi_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{s}{4 \times \rho}} \qquad (19)$$

kde: s – tloušťka plechu [mm],
ρ – poloměr zakřivení materiálu [mm].

<u>Určení hodnoty náhradní deformace $\varphi_{i\ AB}$</u> – určení její hodnoty je spojené se změnou průměru a je složitější, protože z konstrukce lisovadla vyplývá pouze <u>konečný průměr polotovaru</u>, a tedy hodnota **<u>obvodové deformace φ_1</u>**, podélné prodloužení nebo zkrácení výlisku nejsou naproti tomu předem známy.

Není rovněž předem znám průběh deformace (počet tahů apod.), na němž je rovněž závislá <u>hodnota intenzity plastické deformace</u>.

Pro teoretické určení závislostí, k nimž dochází, uvažujeme **<u>stacionární proces tažení trubky s rozšiřováním pomocí kuželového trnu</u>**, viz. obr. 5.



Obr. 5 Stacionární pochod obvodového a osového tažení trubky

V každém stacionárním pochodu nastává deformace materiálu vlivem napjatosti, měnící se s postupujícím posunem uvažovaného elementu polotovaru po povrchu nástroje.

Na začátku procesu v průřezu **A – A** (obr.5) převládá tažení s rozšiřováním působením **obvodových napětí σ_1**, neboť v tomto průřezu jsou **osová (meridiální) napětí $\sigma_2 = 0$**, protože na nedeformovanou část trubky nepůsobí žádné síly. Tento stav odpovídá bodu **A na kružnici napětí** (obr. 4 b) a vyvolává deformaci vyjádřenou v **diagramu deformací** (obr. 4 c) velmi malým úsekem čáry probíhajícím tangenciálně k ose 1.

S postupným přesunem uvažovaného elementu směrem ke konečnému průřezu **B – B** (obr.5) vzrůstá **osové (meridiální) napětí σ_2** a současně dochází k příslušné změně **obvodového napětí σ_1**.

Bod vyjadřující napjatost se tedy přesune podél kruhového oblouku od počátečního bodu **A** k bodu **B**, odpovídajícímu konečnému stavu.

Se změnou napjatosti se mění schéma deformací, což způsobuje zakřivení čáry, jíž je v diagramu zobrazen **průběh deformace** (obr. 4 c).

Konečný stav deformace, získaný jako výsledek celého pochodu, je možno určit promítnutím konečného bodu čáry deformace B na každou ze tří os.

Průmět tohoto bodu na osu (1) musí samozřejmě dát hledanou hodnotu obvodové deformace:

$$\boxed{\varphi_1 = \ln \frac{D}{d}}$$

Kde: d – počáteční průměr tvářené trubky,
D – konečný průměr tvářené trubky.

Délka čáry deformace vyjadřuje **hodnotu intenzity plastické deformace φ_i** pro průběh vymezený touto čarou.

Průběh pochodu v diagramu deformací lze určit přesně na základě úměrnosti přírůstků deformací u příslušných složek deviátoru napětí (v praktických aplikacích je metoda dosti pracná a někdy i obtížná).

Pro praktické zjednodušení je možno určit **přibližnou intenzitu plastické deformace**, a to aplikací pro každý pochod určitého schématu deformací, který je charakteristický pro tento proces.

Pro čtyři základní pochody tažení použijeme těchto charakteristických schémat:

A) Pro tažení s rozšiřováním a pro zužování:

$$\boxed{\sigma_1 = R_e; \quad \varphi_2 = 0; \quad \varphi_3 = -\varphi_1}$$ (obr. 5 b oblast **A-B**)

B) Pro tažení se zužováním a pro rozšiřování:

$$\boxed{\sigma_1 = -\delta_2 = R_e; \quad \varphi_3 = 0; \quad \varphi_1 = -\varphi_2}$$ (obr. 5 b oblast **C-D**)

Předpoklad: Nahrazení skutečné křivky, vyjadřující průběh deformace v diagramu úsekem přímky vycházející ze středu soustavy a svírající s osou (1) úhel + 30°nebo – 30° podle druhu operace.

Je-li takto vymezen průběh deformace, je možno určit jak hodnotu intenzity deformace, tak rovněž konečné rozměry uvažovaného válcového elementu.

Tato metoda poskytuje také možnost určit síly a napětí během pochodu s přesností vyhovující pro technologické výpočty.

1. Tažení s rozšiřováním

Deformace vzniká podle schématu $\boldsymbol{\varphi_2 = 0; \varphi_3 = -\varphi_1}$, což by přesně odpovídalo schématu napětí vyjádřeném bodem **M** na **kružnici napětí** (obr.5 b). Jelikož tento bod leží přibližně uprostřed oblouku **A-B**, odpovídajícího napjatostí při tažení s rozšiřováním, může být uvedené schéma deformací skutečně považováno za nejvhodnější pro tento proces.

Předpoklad, že $\varphi_2 = 0$, je rovnocenný s úvahou, že délka tvořící čáry tvářeného válcového polotovaru není podrobena změně během procesu zvětšování jeho průměru.

Z toho plyne závěr, že **plocha průřezu trubky S po její deformaci se musí rovnat ploše výchozího průřezu S_0**.

$$\boxed{S \approx S_0} \qquad (20)$$

Zvětšení průměru válcového elementu nastává výhradně zmenšením jeho tloušťky, jež v konečné fázi získává hodnotu:

$$\boxed{s \approx s_0 \times \frac{d}{D}} \qquad (21)$$

kde: d – výchozí průměr trubky,
D – konečný průměr trubky,
s_0 – její výchozí tloušťka.

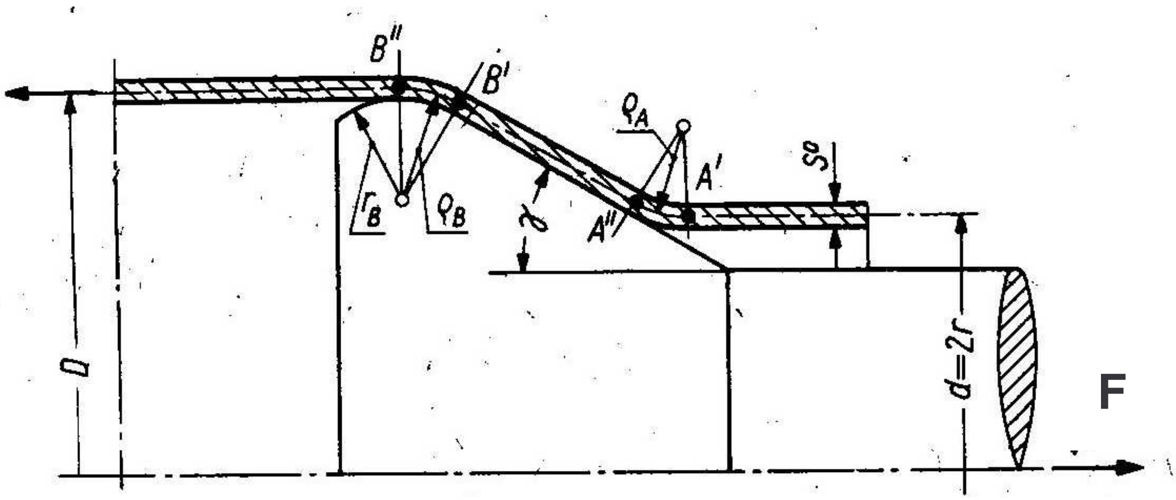
Dosazením závislosti (20) do obecného vztahu (7) je možno určit **sílu F nutnou k vytažení trubky** ze vzorce:

$$\boxed{F_{TA\check{Z}} = \pi \times d \times s_0 \times \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \qquad (22)$$

kde: d – výchozí průměr trubky,
s_0 – její výchozí tloušťka,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
η – součinitel účinnosti pochodu,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\,celk}$ – celková hodnota plastické deformace

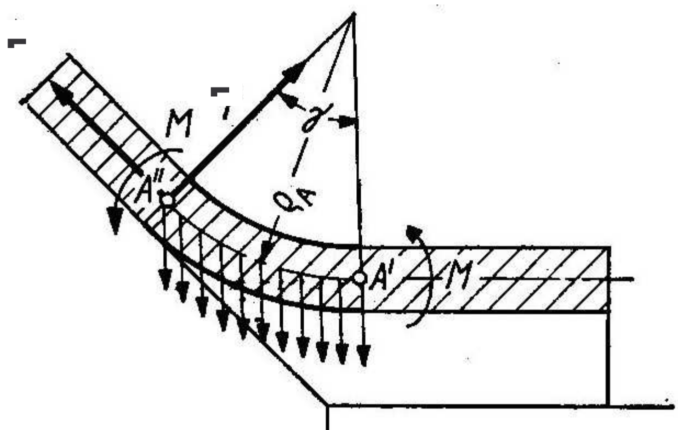
1. 1 Tažení tenkostěnných trubek kuželovým trnem

Tento pochod je znázorněný na obr. 6. **Během změny z počáteční válcové části o průměru „d" v část kuželovou dochází k volnému zakřivování polotovaru v meridiální rovině**, viz. obr. 6.



Obr.6 Tažení tenkostěnné trubky kuželovým trnem

Po nahrazení skutečného obrysu poledníku obloukem A´– A´´ o poloměru ρ_A lze určit hodnotu tohoto poloměru z podmínky rovnováhy momentů působících na zakřivenou výseč polotovaru, viz. obr.7.



Obr. 7 Momenty působící na zakřivenou výseč polotovaru

Na element **A´– A´´** působí v bodě **A´** ohybový moment $M_{A´}$, vyvolávající ohyb materiálu v tomto bodě a navíc působí v bodě **A“** kromě příčné síly F_T a podélné síly F_P ještě moment $M_{A´´}$, vyvolávající vyrovnání zakřiveného pásma polotovaru.

Za předpokladu, že $\boldsymbol{\varphi_2 = 0}$, je velikost těchto momentů přibližně:

$$M_{A´} = M_{A´´} = \frac{r \times \theta \times s^2}{4} \times R_e$$

kde: R_e – mez kluzu,
s – tloušťka tažené trubky,
r – poloměr trubky,
θ – středový úhel uvažované výseče výtažku.

je-li šířka uvažovaného elementu rovna $\mathbf{r \times \theta}$.

Kromě momentů $\mathbf{M_{A´}}$ a $\mathbf{M_{A´´}}$ působí na uvažované pásmo **obvodová napětí $\boldsymbol{\sigma_1}$**, která se v tomto místě polotovaru rovnají mezi kluzu R_e.

Uvažujeme-li zjednodušení, že délka oblouku **A´– A´´** je rovna $\boldsymbol{\rho_A \times \sin\gamma}$, dávají tato napětí výslednici:

$$\boxed{\mathbf{F_{výs} = \rho_A \times \sin\gamma \times s \times R_e \times \theta}}$$

směřující podél poloměru k ose tvářené trubky.

kde: ρ_A – poloměr zakřivení na střed tloušťky materiálu trubky,
γ – úhel zakřivené výseče od bodu A´do bodu A´´,
s – tloušťka tažené trubky,
R_e – mez kluzu,
θ – středový úhel uvažované výseče výtažku.

Je možno uvažovat, že rameno této výslednice vzhledem k bodu **A´´** je $\frac{1}{2} \times \rho_A \times \sin\gamma$, a tedy její moment vůči tomuto bodu se rovná:

$$M_{A´´} = \frac{1}{2} \times \rho_A^2 \times \sin^2\gamma \times s \times R_e \times \theta;$$

Konečný výsledek rovnice rovnováhy momentů vůči bodu **A´´** je:

$$2 \times \frac{s^2 \times r \times \theta}{4} \times R_e = \frac{1}{2} \times \rho_A^2 \times \sin^2\gamma \times s \times R_e \times \theta;$$

Po zjednodušení dostaneme **poloměr zakřivení ρ_A**:

$$\boxed{\rho_A = \frac{\sqrt{s \times r}}{\sin\gamma}} \tag{23}$$

kde: s – tloušťka tažené trubky,
r – poloměr trubky,
γ – úhel zakřivené výseče od bodu A´do bodu A´´.

Známe-li **poloměr zakřivení ρ_A**, můžeme určit ze vzorce (19) **střední velikost intenzity plastické deformace φ_{iA}** vyvolané dvojnásobnou změnou zakřivení plechu v počáteční fázi procesu:

$$\boxed{\varphi_{iA} = \frac{s}{\sqrt{3} \times \rho_A} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{r}}} \tag{24}$$

kde: ρ_A – poloměr zakřivení na střed tloušťky materiálu trubky,
s – tloušťka tažené trubky,
r – poloměr trubky,

Další deformace materiálu je způsobena **zvětšováním průměru trubky**. Intenzitu deformace, jíž je materiál podroben na úseku mezi body A a B označíme **φ_{iAB}**. U předpokládaného schématu deformací typu **$\varphi_2 = 0$** se intenzita deformace vyjádří:

$$\boxed{\varphi_{iAB} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \varphi_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \ln\frac{D}{d}} \tag{25}$$

kde: d – výchozí průměr trubky,
D – konečný průměr trubky,

Na konci procesu dochází posléze v bodech **B´** a **B“** k opětovnému ohýbání a vyrovnávání uvažovaného pásma, což vyvolává další vzrůst intenzity deformace o střední hodnotu:

$$\boxed{\varphi_{iB} = \frac{s}{\sqrt{3} \times \rho_B} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{s}{2 \times r_B + s}} \tag{26}$$

kde: $\rho_B = r_B + \frac{1}{2} \times s$ je poloměr zakřivení materiálu na hraně lisovacího nástroje s poloměrem zaoblení r_B (obr.6).

Celková deformace $\varphi_{i\,celk}$, jíž je materiál podroben během pochodu, se rovná součtu deformací spojených s ohýbáním plechu a zvětšováním průměru trubky:

$$\varphi_{i\,celk} = \varphi_{i\,A} + \varphi_{i\,AB} + \varphi_{i\,B} \tag{27}$$

Dosazením do rovnice (27) z rovnic (24), (25), (26) dostaneme výchozí vztah:

$$\varphi_{i\,celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{r}} + \ln\frac{D}{d} + \frac{s}{2 \times r_s + s} \right) \tag{28}$$

kde: s – tloušťka tažené trubky,
r – poloměr trubky,
d – výchozí průměr trubky,
D – konečný průměr trubky,
r_s – poloměr zaoblení hrany tažníku,

Zvětšení průměru trubky tažením na trnu je omezeno nebezpečím přetržení materiálu podél tvořící čáry. Při zpracování měkkých a tvárných materiálů praskání předchází obvykle místní ztenčení stěny, vyvolané nerovnoměrnou deformací materiálu vytahovaného v obvodovém směru.

Lze proto předpokládat, že podmínkou úspěšného zakončení pochodu je **nepřekročit mezní hodnotu φ_i^R**, při níž se tažený materiál začíná nerovnoměrně deformovat rovinnou deformací.

Protože závěrečné tažení materiálu nemá již vliv na možnost vzniku trhliny, lze podmínku rovnoměrné deformace taženého polotovaru vyjádřit vztahem:

$$\varphi_i^R > \varphi_{i\,A} + \varphi_{i\,AB} \tag{29}$$

po dosazení příslušných hodnot $\varphi_{i\,A}$ a $\varphi_{i\,AB}$ dostaneme:

$$\varphi_i^R > \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{r}} + \ln\frac{D}{d} \right) \tag{30}$$

kde: s – tloušťka tažené trubky,
r – poloměr trubky,
D – konečný průměr trubky,
d – výchozí průměr trubky,
γ – úhel zakřivené výseče.

a tedy platí také:

$$\boxed{\frac{D}{d} < \exp\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \varphi_i^R - \frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{r}}\right)} \qquad (31)$$

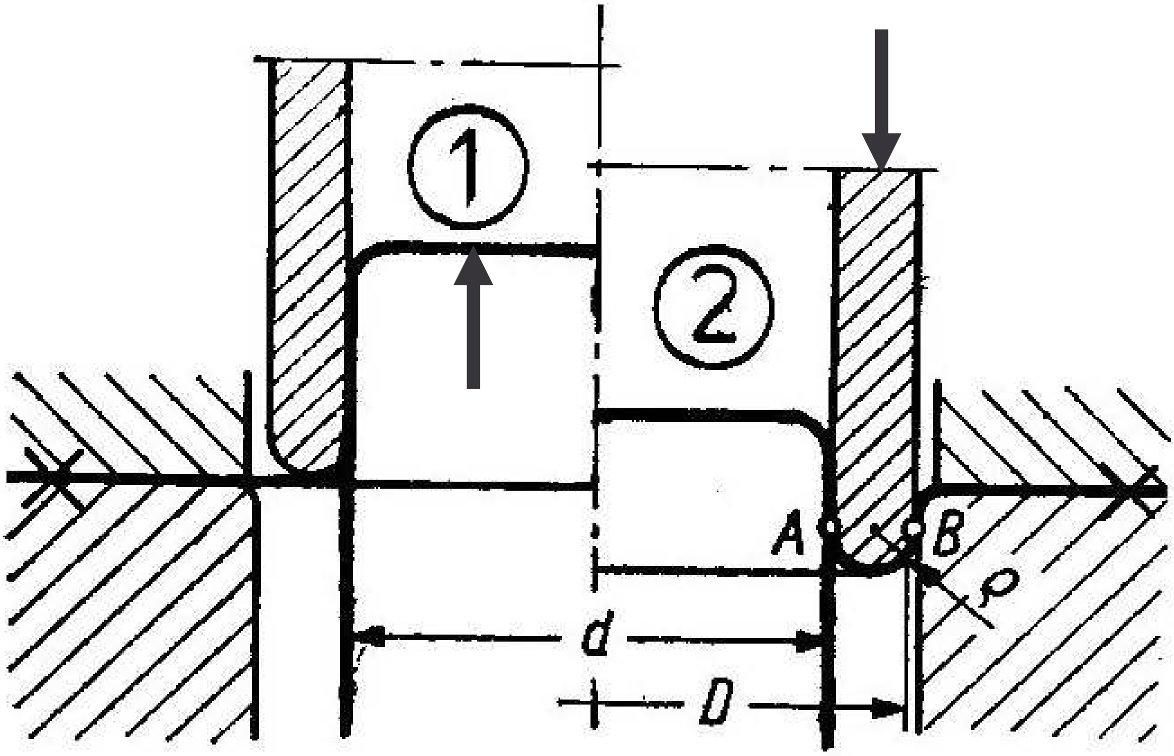
kde: D – konečný průměr trubky,
d – výchozí průměr trubky,
φ_i^R – mezní hodnota deformace,
γ – úhel zakřivené výseče,
s – tloušťka tažené trubky,
r – poloměr trubky.

Tato podmínka dává pouze orientační informaci pro vznik trhlin, neboť jev sám je velice složitý a závislý na mnoha dodatečných činitelích, především na tloušťce tvářené trubky, hladkosti povrchu apod.

1. 2 Zpětné tažení s využitím dutého tažníku v 2. operaci

Příklad stacionárního pochodu tažení, při němž dochází k přehrnování materiálu, je znázorněn na obr. 9.

Působením **tažníku objímkového tvaru** dochází k utvoření **prstencového výtažku** na úkor výšky **h** nedeformované části polotovaru.



Obr. 9 Tažení válcové stěny výtažku přehrnováním (obracením)

Hodnotu **celkové plastické deformace $\varphi_{i\,celk}$**, jíž je podroben materiál v tomto pochodu, je možno určit podle vzorce:

$$\boxed{\varphi_{i\,celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{D}{d} + \frac{s}{2 \times \rho} \right)} \qquad (32)$$

Přičemž poloměr zakřivení: $\rho = \frac{1}{4} \times (D - d)$;

Po dosazení této závislosti do předchozí rovnice, dostaneme:

$$\boxed{\varphi_{i\,celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{D}{d} + \frac{2 \times s}{D - d} \right)} \qquad (33)$$

kde: D – vnější průměr konečného výtažku,
d – vnitřní průměr konečného výtažku,
s – tloušťka plechu,
ρ – poloměr zakřivení výtažku.

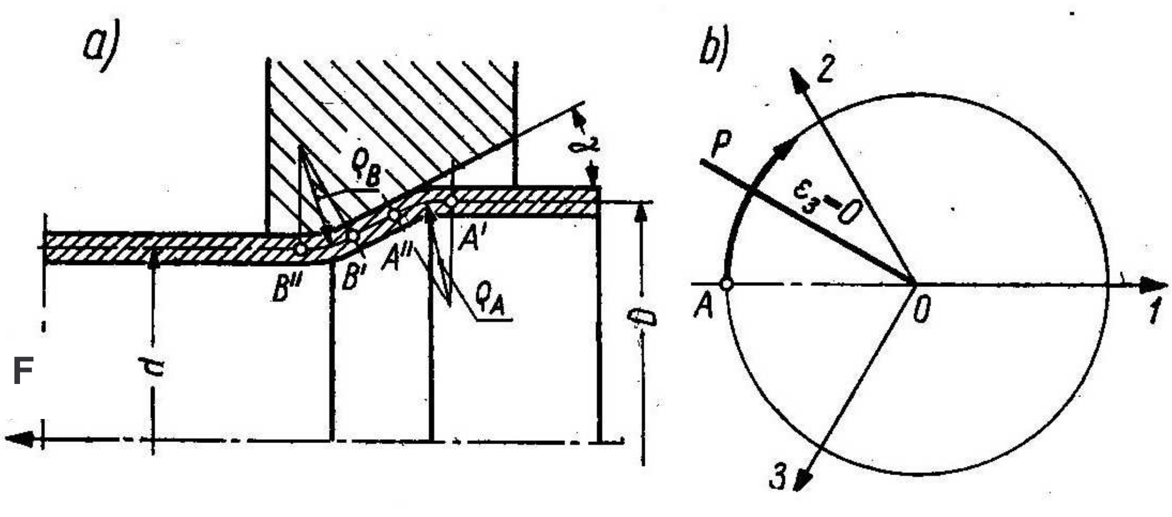
Známe-li **hodnotu celkové deformace $\varphi_{i\ celk}$**, je možno určit z **diagramu zpevnění** jí odpovídající hodnoty **meze kluzu R_e (σ_K)** a **součinitel plnosti diagramu zpevnění λ**. Po jejich dosazení do rovnice (22), v níž podle tab. 1 budeme uvažovat, **součinitel účinnosti η**: $\eta = 1 - \frac{\pi}{2} \times f$, dostaneme **sílu tažníku:**

$$\boxed{F_{TA\check{Z}} = \pi \times d \times s \times \frac{\lambda \times R_e}{\left(1 - \frac{\pi}{2} \times f\right)} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{D}{d} + \frac{2 \times s}{D - d}\right)} \qquad (34)$$

2. Tažení se zužováním

Při pochodech **tažení se zužován**ím se materiál deformuje vlivem **tlakových napětí obvodových σ_1** a **tahových napětí meridiálních (osových) σ_2**, která jsou ve výchozím průřezu nulová, načež postupně vzrůstají se zmenšováním průměru deformovaného polotovaru.

V **diagramu napětí** (obr. 11) to odpovídá posunu bodu po kruhovém oblouku, který odpovídá napjatosti od výchozího bodu **A** směrem k bodu **B**.



Obr. 11 Proces stacionárního tažení se zužováním trubky bez trnu

Napjatost ukazuje, že je pro daný případ charakteristické schéma deformací elementu: $\varphi_3 = 0; \quad -\varphi_1 = \varphi_2$ vyjádřené **v diagramu deformací přímkou OP** svírající s osou (1) úhel 150°.

Předpoklad **konstantní tloušťky výtažku** vede k závěru, že **plocha povrchu taženého polotovaru se během tažení nemění ($S_0 = S$)**. Vzhledem k zmenšování průměrů válcového elementu musí dojít **k zvětšování jeho délky**.

Podélná deformace (prodloužení) trubky φ_2 je tedy:

$$\boxed{\varphi_2 = -\varphi_1 = \ln\frac{D}{d}} \qquad (35)$$

Počáteční délka uvažovaného elementu l_0 po deformaci dosáhne hodnoty:

$$\boxed{l \approx l_0 \times \frac{D}{d}} \qquad (36)$$

kde: D – výchozí průměr trubky na středu její tloušťky,
d – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,
l_0 – počáteční délka uvažovaného elementu

2. 1 Tažení trubek kuželovým průvlakem bez trnu

Obr. 11 ukazuje **tažení tenkostěnné trubky kuželovým průvlakem bez trnu**.

Výchozí průměr trubky ∅ **D**, se během tohoto pochodu zmenší na rozměr ∅ **d**. **Síla F** působí na konci trubky vycházejícím z průvlaku.

Zakřivení poledníku při vstupu do kuželové části nástroje určíme opět z podmínky rovnováhy momentů k bodu **A´´** působících na výseč polotovaru **A´– A´´**. **Poloměr zakřivení oblouku A´- A´´** je potom:

$$\boxed{\rho_A = \frac{\sqrt{R \times s}}{\sin\gamma}} \qquad (37)$$

kde: R = ½ D – výchozí poloměr trubky na středu její tloušťky,
s – tloušťka trubky,
γ – úhel sklonu tvořící čáry kuželového otvoru průvlaku.

Jednotlivé složky intenzity deformace jíž je materiál podroben při průchodu otvorem průvlaku, jsou:

a) Deformace spojená s dvojí změnou zakřivení při vstupu materiálu do průvlaku (v bodech **A´** a **A´´**, obr. 11):

$$\varphi_{iA} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{s}{2 \times \rho_A} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{R}} \qquad (38)$$

kde: ρ_A – poloměr zakřivení oblouku A´– A´´,
s – tloušťka trubky,
R – poloměr trubky,
γ – úhel sklonu tvořící čáry kuželového otvoru průvlaku.

b) Deformace spojená se zmenšováním průměru trubky z ∅ D na ∅ d, podle schématu $\varphi_3 = 0$; je rovna:

$$\varphi_{iAB} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \ln\frac{D}{d} \qquad (39)$$

kde: ∅ D – výchozí průměr trubky na středu její tloušťky,
∅ d – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,

c) Deformace spojená s dvojí změnou zakřivení při opuštění kuželové části, (v bodech B´a B´´, obr. 11):

$$\varphi_{iB} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{s}{2 \times \rho_B} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{s}{2 \times r_B + s} \qquad (40)$$

kde: ρ_B – poloměr zakřivení oblouku B´– B´´,
s – tloušťka trubky,
r_B – poloměr zaoblení hrany průvlaku u vyústění kuželového otvoru.

Celková deformace materiálu $\varphi_{i\ celk}$ při tomto pochodu, která je součtem uvedených složek, se rovná:

$$\boxed{\varphi_{i\ celk} = \varphi_{i\ A} + \varphi_{i\ AB} + \varphi_{i\ B}} \quad (41)$$

$$\boxed{\varphi_{i\ celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{R}} + \ln\frac{D}{d} + \frac{s}{2 \times r_B + s} \right)} \quad (42)$$

kde: γ – úhel sklonu tvořící čáry kuželového otvoru průvlaku,
s – tloušťka trubky,
R – výchozí poloměr trubky na středu její tloušťky,
∅ D – výchozí průměr trubky na středu její tloušťky,
∅ d – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,
r_B – poloměr zaoblení hrany průvlaku u vyústění kuželového otvoru.

Síla F, jíž je nutno táhnout trubku z průvlaku, se podle vzorce [7] vyjádří vztahem:

$$\boxed{F = S \times \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\ celk}} \quad (43)$$

kde: S – příčný průřez deformované trubky,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
η – součinitel účinnosti pochodu,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\ celk}$ – celková hodnota plastické deformace.

Kde hodnoty λ a R_e se stanoví z **diagramu zpevnění** daného materiálu pro hodnotu $\varphi_{i\ celk}$ určenou vzorcem (42).

Příčný průřez deformované trubky S ve vzorci (43) lze určit za předpokladu, že **tloušťka materiálu se během tažení nemění $s_0 = s$**, tedy:

$$\boxed{S = \pi \times d \times s} \tag{44}$$

Po dosazení do vzorce (43) je možno výslednou sílu vyjádřit:

$$\boxed{F = \pi \times d \times s \times \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \tag{45}$$

kde: d – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,
s – tloušťka trubky,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
η – součinitel účinnosti pochodu,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\,celk}$ – celková hodnota plastické deformace.

Podmínka pevnosti !!!: Překročí-li **síla F** určitou kritickou hodnotu F_{krit}, dojde k přetržení trubky.

Deformace materiálu, k níž dochází v procesu tažení, obvykle překračuje **mezní hodnotu rovnoměrné deformace φ_i^R**, a proto síla:

$$\boxed{F_{krit} = \pi \times d \times s \times R_e} \tag{46}$$

kde: d – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,
s – tloušťka trubky,
R_e – mez kluzu.

vyvolávající trvalou deformaci trubky mimo průvlak je zároveň **největší silou**, kterou tažená trubka je schopna přenést. Aby se materiál nepřetrhl během tažení, musí být splněna podmínka:

$$\boxed{n \times F < F_{krit}} \qquad (47)$$

kde: n – součinitel bezpečnosti vykonávané technologické operace (vyjádřený číslem větším jak jedna).

Dosadíme-li do vzorce (47) výrazy (46) a (45) dostaneme podmínku pevnosti tažené trubky:

$$\boxed{\varphi_{icelk} < \frac{\eta}{n \times \lambda}} \qquad (48)$$

kde: η – součinitel účinnosti pochodu,
n – součinitel bezpečnosti vykonávané technologické operace (vyjádřený číslem větším jak jedna).
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,

z níž je možno určit **přípustný poměr D/d dosažitelný během jednoho tahu:**

$$\boxed{\frac{D}{d} < \exp\left(\frac{\sqrt{3 \times \eta}}{2 \times n \times \lambda} - \frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{s}{R}} - \frac{s}{2 \times r_B + s}\right)} \qquad (49)$$

kde: ∅ D – výchozí průměr trubky na středu její tloušťky,
∅ d – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,
η – součinitel účinnosti pochodu,
n – součinitel bezpečnosti vykonávané technologické operace (vyjádřený číslem větším jak jedna).
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
γ – úhel sklonu tvořící čáry kuželového otvoru průvlaku,
s – tloušťka stěny trubky,
R – výchozí poloměr trubky na středu její tloušťky,,
r_B – poloměr zaoblení hrany průvlaku u vyústění kuželového otvoru.

V případě, že požadované zmenšení průměru trubky překračuje hodnotu vyplývající z uvedené podmínky, je k dosažení konečného rozměru zapotřebí **opakovaného tažení trubky, s postupným zmenšováním jejího průměru.**

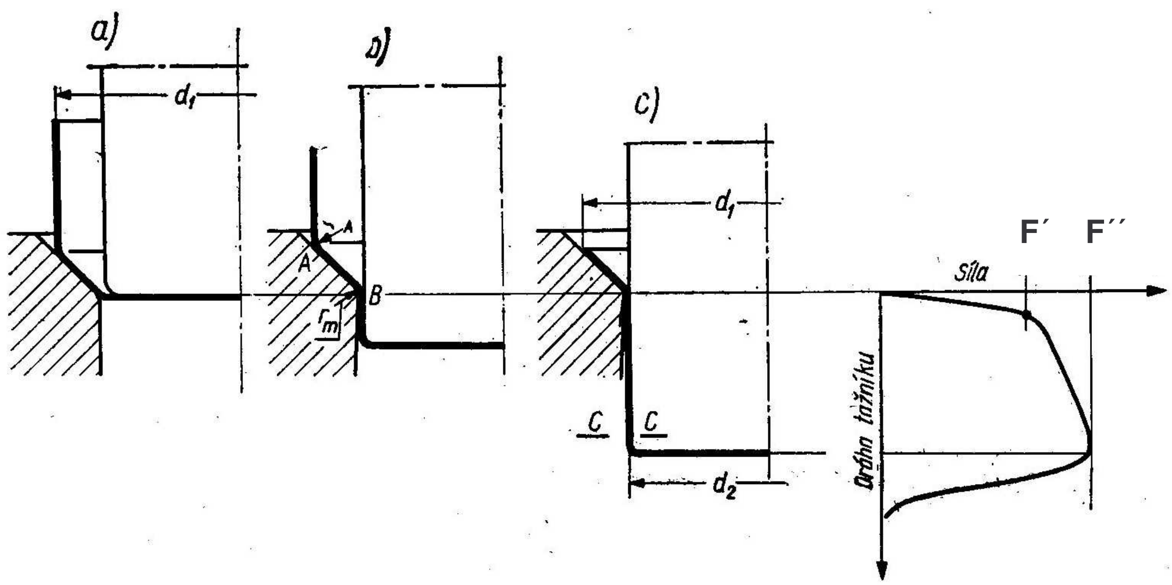
Pozor!!!: Při každém z postupných tahů musí být nutně splněna **podmínka pevnosti**.

2. 2 Tažení z dutého polotovaru (předlisku)

Schéma **tažení výtažku polotovaru** je znázorněno na obr. 12. **Silou F** vyvíjenou tažníkem a působící na dno nádoby dochází k přemísťování materiálu po plochách tažnice směrem k jejímu otvoru.

Oblast plastických deformací sahá od bodu **A** k bodu **B** a během tažení se nemění (obr. 12). **S postupujícím zasouváním tažníku do tažnice se zvětšuje pouze výška nádoby o průměru ∅ d_2 a současně se zmenšuje výška nedeformované části o průměru ∅ d_1.**

Pozor!!!: Tažení nádob není zcela pochodem stacionárním.



Obr. 12 Pochod přímého tažení z předlisku

Rozdíly tažení předlisku oproti tažením trubek:

- Předlisovaný dílec má oproti trubce nestejnou tloušťku stěny a mechanické vlastnosti materiálu v každém bodě tvořící čáry (trubka má stejnou tloušťku stěny a stejné mechanické vlastnosti podél osy).
- **U předlisku je v blízkosti okraje nádoby materiál zpevněný a u dna měkký**.

Proto v počáteční fázi tažení, kdy je deformován materiál dna předlisku, je síla tažníku F menší než v konečné fázi tohoto procesu, kdy je tažen okraj nádoby, kde je největší tloušťka stěny a největší zpevnění materiálu.

V obecném případě je **síla F** určena ze základní závislosti:

$$\boxed{F = S \times \frac{w}{\eta}}$$

kde: w – měrná práce plastické deformace materiálu při tažení,
η – součinitel účinnosti pochodu,
S – je příčný průřez té části polotovaru, na kterou působí síla F.

Podle (42) je hodnota **intenzity deformace v počáteční fázi tohoto pochodu** určena vzorcem:

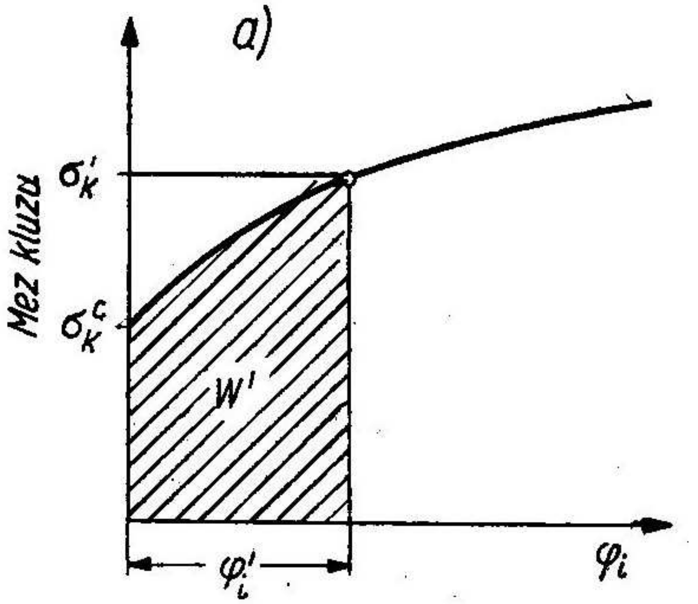
$$\boxed{\varphi_i' = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln \frac{d_1}{d_2} + \frac{1}{2} \times \sin\gamma \times \sqrt{\frac{2 \times s}{d_1}} + \frac{s}{2 \times r_m + s} \right)} \qquad (50)$$

kde: $\varnothing\, d_1$ – větší průměr výtažku měřený na středu jeho tloušťky,
$\varnothing\, d_2$ – průměr válcové části výtažku měřený na středu jeho tloušťky,
γ – úhel sklonu tvořící čáry kuželového otvoru tažnice,
s – tloušťka plechu předlisku,
r_m – poloměr zaoblení hrany tažnice.

Předpokládá-li se, že na počátku tažení není materiál vstupující do pásma deformace ještě zpevněn a tedy, že má **mez kluzu R_{e0} (δ_{K0})**, pak **měrnou práci plastické deformace w´** v této fázi pochodu určíme ze vztahu:

$$\boxed{w' = R_e' \times \varphi_i' \times \lambda'} \qquad (51)$$

přičemž hodnotu **R_e' (δ_K')** a λ' určíme z diagramu zpevnění pro deformaci φ_i' (obr.13 a).



Obr. 13 a) Jednotková práce w´plastické deformace při tažení předlisku na začátku pochodu

Příslušná síla **tažníku F´ v počáteční fázi tažení** bude:

$$\boxed{F' = S \times \frac{\lambda'}{\eta} \times R_e' \times \varphi_i'} \qquad (52)$$

kde: S – příčný průřez deformovaného předlisku,
λ' – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
η – součinitel účinnosti pochodu,
R_e' – mez kluzu,
φ_i' – hodnota plastické deformace na začátku pochodu.

V konečné fázi tažení znázorněné na obr. 12 c), je možno zanedbat počáteční ohýbání materiálu. **Intenzita deformace φ_i''** bude tedy:

$$\boxed{\varphi_i'' = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{d_1}{d_2} + \frac{s}{2 \times r_m + s} \right)} \qquad (53)$$

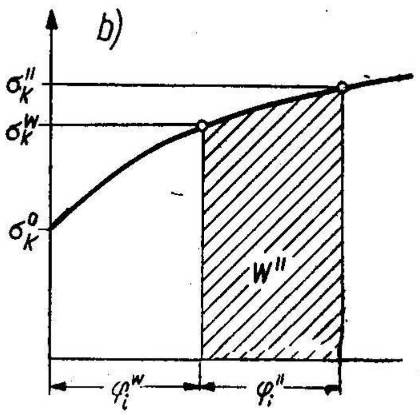
kde: $\varnothing\, d_1$ – větší průměr výtažku měřený na středu jeho tloušťky,
$\varnothing\, d_2$ – průměr válcové části výtažku měřený na středu jeho tloušťky,
s – tloušťka plechu předlisku,
r_m – poloměr zaoblení hrany tažnice.

Abychom určili **měrnou práci w´´**, kterou je nutno vykonat **na konci pochodu tažení**, je třeba přihlédnout k vlivu zpevnění.

Předpokládáme-li, že intenzita deformace materiálu v procesu tažení byla $\varphi_i^w = \ln\frac{D}{d_1}$, což vyvolalo vzrůst meze kluzu R_{e0} (δ_{K0}), pak další deformace materiálu φ_i'' v průběhu tažení vyvolá vzrůst meze kluzu na hodnotu R_e'' (δ_K'') odpovídající úhrnné deformaci ($\varphi_i'' + \varphi_i^w$).

Měrnou práci w´´ určíme ze vzorce (viz. obr. 13 b):

$$\boxed{w'' = (\varphi_i^w + \varphi_i'') \times \lambda'' \times R_e'' - \varphi_i^w \times \lambda^w \times \delta_K^w} \qquad (54)$$



Obr. 13 b) Jednotková práce w´´plastické deformace při tažení předlisku na konci pochodu tažení

Síla F´´ na konci tažení je:

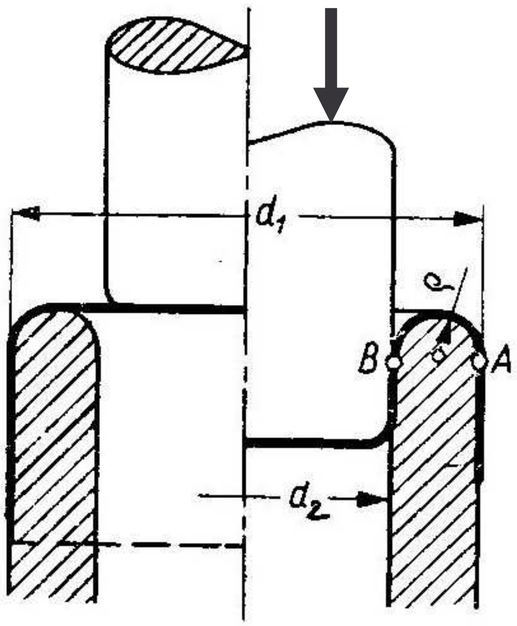
$$\boxed{F'' = S \times \frac{w''}{\eta}} \qquad (55)$$

kde: w´´ – měrná práce plastické deformace materiálu při tažení na konci pochodu,
η – součinitel účinnosti pochodu,
S – je příčný průřez té části polotovaru, na kterou působí síla F.

Síla F´´ na konci tažení je v důsledku počáteční deformace materiálu větší než síly **F´na začátku tohoto pochodu tažení** předlisku. Průběh síly **F** v závislosti na dráze tažníku je znázorněn v diagramu na obr. 12.

2. 3 Tažení výtažku z dutého polotovaru (předlisku) zpětným tažením

Při tažení výtažku z dutého polotovaru (předlisku) zpětným tažením dochází ke zmenšení výchozího průměru $\varnothing\ d_1$ na průměr $\varnothing\ d_2$, viz. obr. 15.



Obr. 15 Tažení předlisku zpětným tažením

Výhody zpětného tažení:

- **Zmenšení počtu zakřivení**, jímž je plech podroben při normálním tažení (u zpětného tažení s dutým tažníkem v druhé operaci dochází k zakřivení čtyřikrát, u zpětného tažení pouze k dvojímu ohýbání a to na začátku pochodu v bodě **A** a na konci tažení v bodě **B**).

Nevýhody zpětného tažení:

- **Nemožnost zachovat závislost poloměru zakřivení ρ na tloušťce plechu**, neboť tento poloměr vyplývá přímo z rozdílu průměrů:

$$\boxed{\rho = \frac{1}{4} \times (d_1 - d_2)} \qquad (56)$$

Celková Intenzita deformace, jíž je podroben tažený plech při zpětném tažení určíme ze vzorce:

$$\boxed{\varphi_{i\,celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln \frac{d_1}{d_2} + \frac{s}{2 \times \rho} \right)} \qquad (57)$$

kde: ρ – poloměr zakřivení výtažku na hraně tažnice, v němž první výraz vyjadřuje deformaci spojenou se změnou průměru nádoby, a druhý střední deformaci, k níž dochází při ohýbání.

Dosadíme-li do tohoto vzorce místo **poloměru zakřivení ρ** výraz (56) dostaneme:

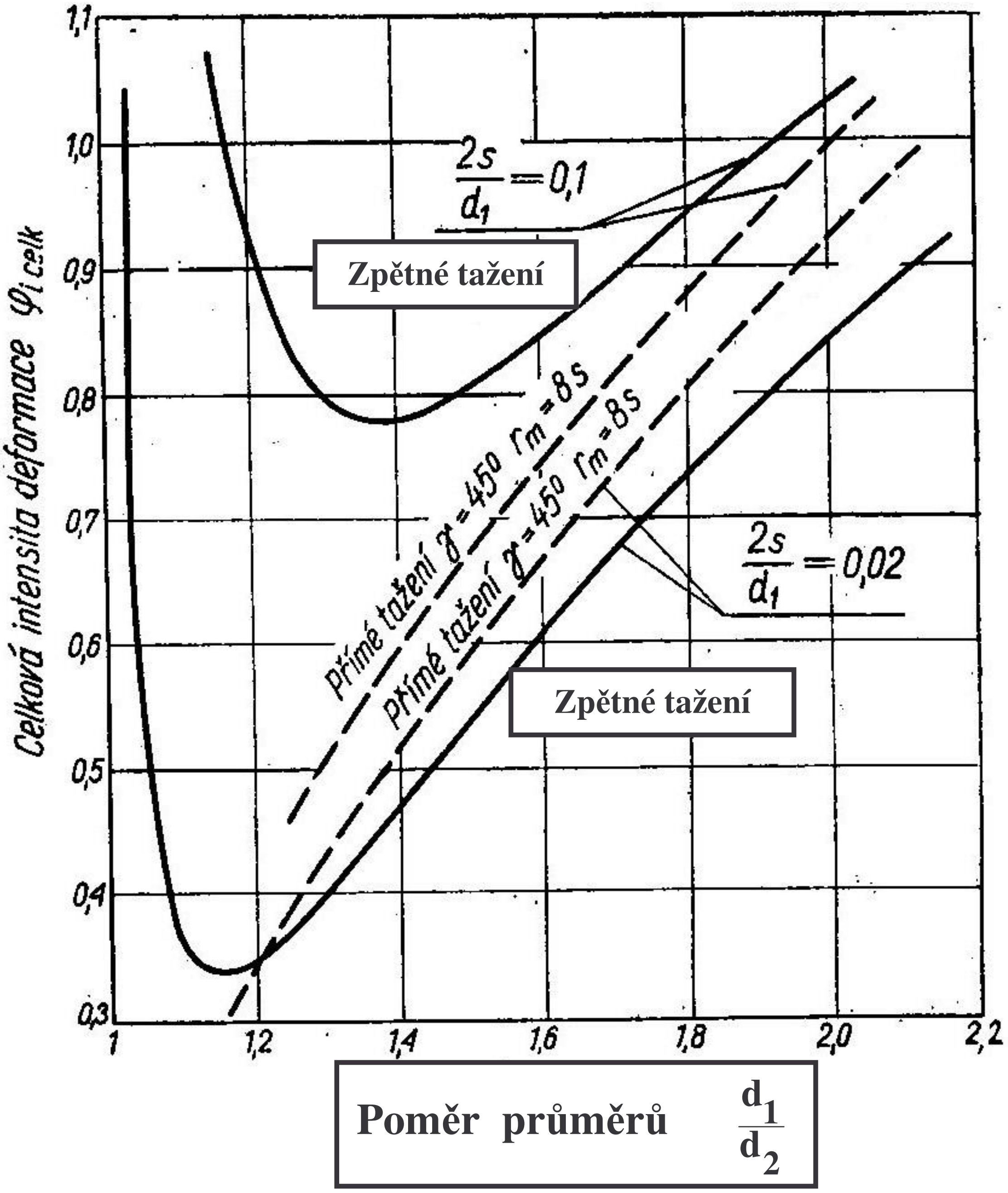
$$\boxed{\varphi_{icelk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{d_1}{d_2} + \frac{2 \times s}{d_1 - d_2} \right)} \qquad (58)$$

popřípadě:

$$\boxed{\varphi_{icelk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left[\ln\frac{d_1}{d_2} + \frac{2 \times s}{d_1} \times \frac{1}{\left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right)} \right]} \qquad (59)$$

kde: $\varnothing\, d_1$ – výchozí vnější průměr předlisku,
$\varnothing\, d_2$ – konečný vnější průměr výtažku,
s – tloušťka stěny předlisku,

Tato závislost je vyjádřena diagramem na obr. 16, kde horní plná křivka odpovídá hodnotě: $\frac{2 \times s}{d_1} = 0{,}1$ a spodní plná křivka odpovídá hodnotě: $\frac{2 \times s}{d_1} = 0{,}02$.



Obr. 16 Porovnání celkové intenzity deformace při zpětném tažení a při přímém tažení

Z grafu je patrno, že obě křivky dosahují v určitém bodě výrazného minima.

Při velké tloušťce stěny v poměru k průměru (horní křivka) nezávisle na poměru průměrů ∅ d_1 / ∅ d_2 vyvolává **zpětné tažení**

<u>větší intenzitu celkové deformace než tažení normální (přímé).</u>

Naproti tomu **<u>při malé tloušťce plechu</u>** ($2 \times s$ / $\varnothing$ d_1 = 0,02) **<u>může být zpětné tažení výhodnější, zvláště v rozmezí větších hodnot poměru průměrů $\varnothing$ d_1 / $\varnothing$ d_2</u>**.

K určení **<u>maximální hodnoty síly tažníku F´´</u>**, působící na dno deformované nádoby v konečné fázi procesu je nutno především **<u>určit z diagramu zpevnění měrnou práci w´´</u>** vynaloženou na deformaci materiálu při zpětném tažení se zpevněním, jemuž byl materiál na okraji nádoby podroben při lisování dutého polotovaru (předlisku).

Konečnou hodnotu síly tažníku v uvažované fázi deformace určíme ze základní závislosti:

$$\boxed{F'' = \pi \times d_2 \times s \times \frac{w''}{\eta}} \qquad (60)$$

kde: w´´ – měrná práce plastické deformace materiálu při tažení na konci pochodu,
η – součinitel účinnosti pochodu,
$\varnothing$ d_2 – konečný vnější průměr výtažku,
s – tloušťka stěny předlisku.

Při schématu deformací $\varphi_3 = 0$, přijatým pro všechny pochody <u>tažení se zužováním</u>, zanedbáváme tloušťku plechu a uvažujeme ji za stejnou před pochodem tažení, tak i po něm: $s = s_0$

<u>Součinitel účinnosti η</u>, je určen podle <u>tab. 1 způsob d)</u>, určen ze vztahu:

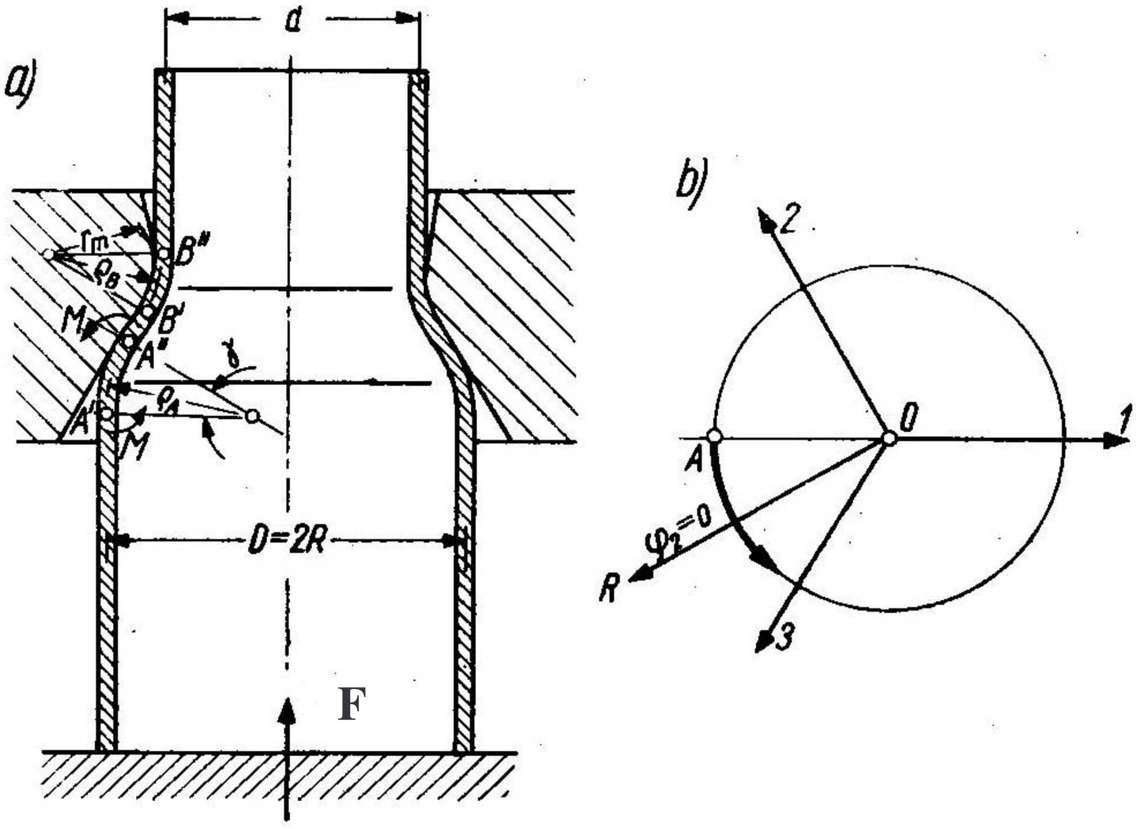
$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\pi}{2} \times f}$$

3. Zužování

Při zužování, viz. obr. 17 se průměr tvářeného válcového elementu zmenšuje vlivem **obvodových tlakových napětí σ_1** a také i **tlakových napětí meridiálních (osových) σ_2**.

V diagramu napětí to odpovídá posunu bodu po kruhovém oblouku (napjatost se mění od výchozího bodu A směrem k bodu B) ve třetí čtvrti kružnice napětí, viz. obr.17 b) .

Charakteristickým schématem deformace pro tento pochod je: $\varphi_2 = 0$, $-\varphi_1 = \varphi_3$, vyjádřené přímkou **OR v diagramu deformací**, viz. obr. 17 b).



Obr. 17 Stacionární pochod zužování trubky

Předpoklad: Dle uvedeného schématu deformací je možno zanedbat změny, kterými je v pochodech zužování podrobena délka tvořící čáry. Lze předpokládat, že délka poledníku je konstantní a **zmenšení průměru se kompenzuje pouze příslušným vzrůstem tloušťky stěny**.

Potom tedy platí:

$$\boxed{s = s_0 \times \frac{D}{d}} \qquad (61)$$

Plocha průřezu trubky S po její deformaci se musí rovnat ploše výchozího průřezu S_0:

$$\boxed{S \approx S_0} \qquad (62)$$

3. 1 Zužování trubek v kuželové tažnici

Na obr. 17 je zobrazen **stacionární pochod tažení trubky zužujícím se kuželovým otvorem pevné tažnice**. Úhel sklonu tvořící čáry je označen symbolem γ a poloměr zaoblení hrany tažnice $\mathbf{r_m}$.

Pro určení **celkové intenzity deformace**, kterou je materiál podroben při zužování, je nutno především určit **poloměr ρ_A volného zakřivení materiálu při vstupu do kuželové části tažnice**.

Tento **poloměr ρ_A** určíme z podmínek rovnováhy výseče polotovaru tvořící oblouk **A´A´´** s přihlédnutím k dodatečnému napětí σ_2, působícímu podél osy trubky na počáteční průřez elementu (**v bodu A´**).

Výslednice napětí σ_2 působících na element o délce $R \times d \times \theta$ jsou $R \times d \times \theta \times s \times \sigma_2$. Poněvadž rameno této síly k bodu A´´ je $\rho_A \times (1 - \cos\gamma)$, je její moment k tomuto bodu:

$$M_{A''} = R \times d \times \theta \times s \times \sigma_2 \times \rho_A \times (1 - \cos\gamma),$$

Přihlédneme-li ještě k momentu obvodových napětí σ_1 působících na oblouku **A´, A´´**, dostaneme přibližně:

$$M_{A'A''} = \frac{\rho_A^2 \times \sin^2\gamma}{2} \times s \times \sigma_1 \times d \times \theta$$

Jakož i k **momentu M** vyvíjenému zbývající částí polotovaru na zkoumaný element v bodech **A´** a **A´´**, je možno napsat **rovnici rovnováhy momentů vzhledem k bodu A´´** ve tvaru:

$$2 \times M + \frac{1}{2} \times \rho_A^2 \times \sin^2\gamma \times s \times \sigma_1 \times d \times \theta + R \times d \times \theta \times s \times \sigma_2 \times \rho_A \times (1-\cos\gamma) = 0$$

Následným použitím **lineární podmínky tvárnosti $\sigma_1 = -R_e$** a s přihlédnutím k vlivu osových napětí **σ_2 na velikost ohybového momentu M** pak platí:

$$\boxed{\mathbf{M} = \frac{\mathbf{R \times d \times \theta \times s^2}}{\mathbf{4}} \times \left[\mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{\sigma_2}}{\mathbf{R_e}}\right)^2\right] \times \mathbf{R_e}} \qquad (63)$$

Po zjednodušení dostaneme kvadratickou rovnici:

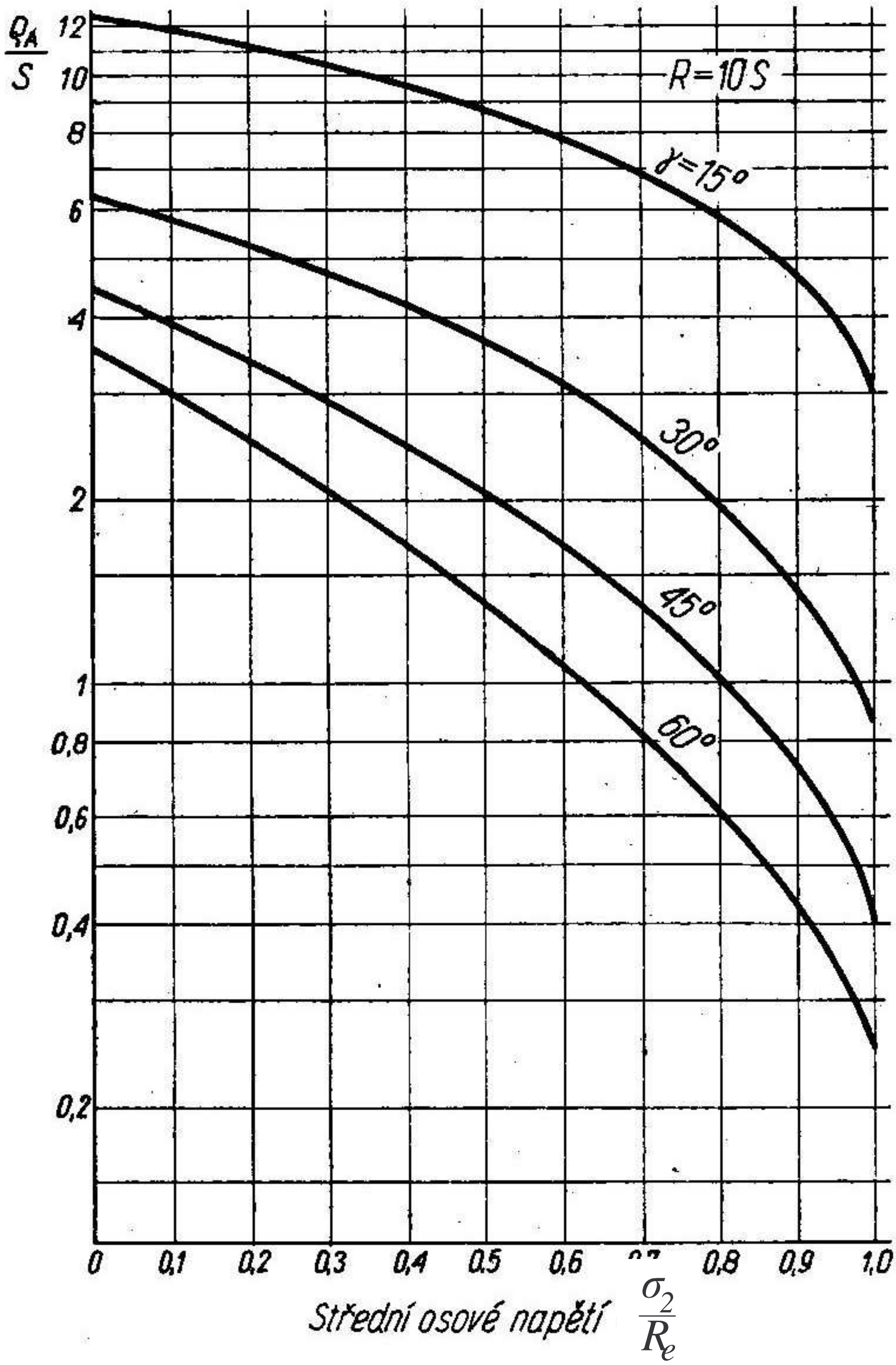
$$\left(\frac{\rho_A}{s}\right)^2 - 2 \times \frac{(1-\cos\gamma)}{\sin^2\gamma} \times \left(\frac{R}{s}\right) \times \left(\frac{\sigma_2}{R_e}\right) \times \left(\frac{\rho_A}{s}\right) - \left[1 - \left(\frac{\sigma_2}{R_e}\right)^2\right] \times \left(\frac{R}{s}\right) \times \frac{1}{\sin^2\gamma} = 0$$

z níž je možno určit hledanou hodnotu vztahu **ρ_A / s**:

$$\boxed{\begin{aligned}\left(\frac{\boldsymbol{\rho_A}}{\mathbf{s}}\right) = {} & \frac{\mathbf{1-\cos\gamma}}{\mathbf{\sin^2\gamma}} \times \left(\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{s}}\right) \times \left(\frac{\boldsymbol{\sigma_2}}{\mathbf{R_e}}\right) + \\ & + \sqrt{\left(\frac{\boldsymbol{\sigma_2}}{\mathbf{R_e}}\right)^2 \times \left(\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{s}}\right)^2 \times \left(\frac{\mathbf{1-\cos\gamma}}{\mathbf{\sin^2\gamma}}\right)^2 + \left[\mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{\sigma_2}}{\mathbf{R_e}}\right)^2\right] \times \left(\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{s}}\right) \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{\sin^2\gamma}}}\end{aligned}} \qquad (64)$$

kde: ρ_A – poloměr volného zakřivení materiálu při vstupu do kuželové části tažnice,
s – tloušťka stěny trubky,
γ – úhel sklonu tvořící čáry,
R – výchozí poloměr trubky,
σ_2 – meridiální (osové) napětí,
R_e – mez kluzu

Tato závislost je znázorněna diagramem na obr. 18, z něhož lze přímo odečíst hodnotu vztahu **ρ_A/s** po předběžném odhadu napětí **σ_2** v stlačované části trubky.



Obr. 18 Závislost poměrů **σ_2/R_e** na **ρ_A/s**

Po předběžném výpočtu síly k tažení je možno podle potřeby **korigovat kombinovanou hodnotu napětí σ_2** a provést nový výpočet poloměru s větší přesností.

Známe-li **poloměr zakřivení ρ_A**, můžeme určit **střední hodnotu intenzity deformace materiálu** spojené s dvojí změnou zakřivení v bodech **A´** a **A´´**.

Celkovou hodnotu deformace materiálu při zužování $\varphi_{i\,celk}$ pak lze vyjádřit:

$$\boxed{\varphi_{i\,celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{D}{d} + \frac{s}{2 \times r_B + s} + \frac{s}{2 \times \rho_A} \right)} \qquad (65)$$

kde: $\varnothing$ D – výchozí průměr trubky měřený na středu její tloušťky,
$\varnothing$ d – konečný průměr trubky měřený na středu její tloušťky,
s – tloušťka stěny trubky,
r_B – poloměr zaoblení hrany tažnice,
ρ_A – poloměr volného zakřivení materiálu při vstupu do kuželové části tažnice,

Je-li výchozím materiálem žíhaná ocel, je možno určit **sílu $F_{TAŽ}$ k protlačení trubky tažidlem** ze základního vztahu:

$$\boxed{F = \pi \times D \times s \times \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \qquad (66)$$

kde: $\varnothing$ D – výchozí průměr trubky měřený na středu její tloušťky,
s – tloušťka stěny trubky,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
η – součinitel účinnosti pochodu,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\,celk}$ – celková hodnota plastické deformace.

Meridiální (osové) napětí stlačované trubky σ_2 je:

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \qquad (67)$$

kde: λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
η – součinitel účinnosti pochodu,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\,celk}$ – celková hodnota plastické deformace.

Hodnotu součinitele účinnosti pochodu η při kuželovém obrysu tažnice určíme z tab. 1:

$$\eta = 1 - \frac{f}{\sin\gamma + f \times \cos\gamma}$$

Aby nedošlo k zborcení trubky před vstupem do tažidla, musí být napětí σ_2 menší než počáteční mez kluzu materiálu R_e^0.

S přihlédnutím k **součiniteli bezpečnosti pochodu n** napíšeme podmínku ve tvaru:

$$\boxed{\eta \times \sigma_2 < R_e^0} \qquad (68)$$

kde: η – součinitel účinnosti pochodu,
σ_2 – meridiální (osové) napětí,
R_e^0 – počáteční mez kluzu.

Po dosazení výrazu (67) místo σ_2 dostaneme podmínku omezující hodnotu celkové plastické deformace $\varphi_{i\,celk}$, jíž lze dosáhnout během jedné operace zužování:

$$\boxed{\varphi_{i\,celk} < \frac{\eta}{\eta \times \lambda} \times \frac{R_e^0}{R_e}} \qquad (69)$$

kde: η – součinitel účinnosti pochodu,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
R_e^0 – počáteční mez kluzu,
R_e – mez kluzu po zpevnění.

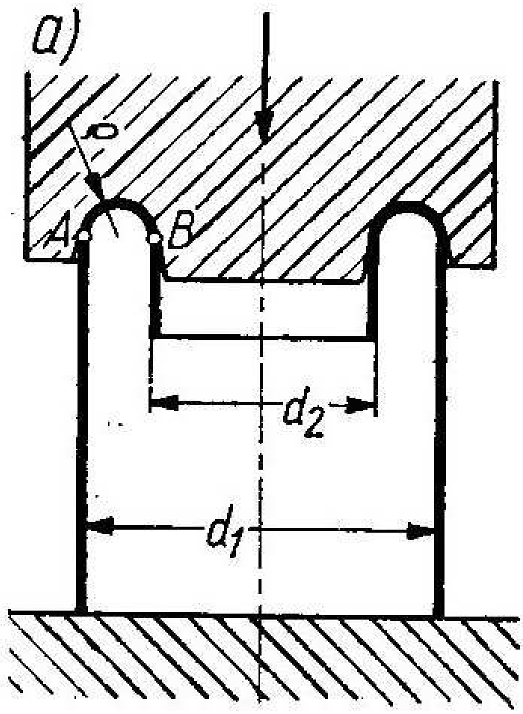
Jak je patrno z uvedeného vzorce, je **přípustná hodnota celkové plastické deformace při zužování menší** než v dříve probraných operacích tažení se zužováním a tažení s rozšiřováním.

V procesu **zužování působí síla na část nezpevněné trubky**, kdežto při tažení se zužováním a rozšiřováním působí síla na materiál již deformovaný, tedy zpevněný.

Jestliže při tažení se zužováním byl vzrůst meze kluzu R_e vyvolaný tažníkem úkazem příznivým, zvyšujícím technologické možnosti, je v procesu zužování jevem nežádoucím. Proto je lépe použít pro zužování materiálu částečně deformovaného, neboť jeho další zpevnění probíhá značně pomaleji než u materiálu žíhaného.

3. 2 Zužování zpětným tažením

Pochod zužování zpětným tažením, při němž dochází k obrácení materiálu obruby je na obr. 19 a).



Obr. 19 a) Zužování obruby zpětným tažením

Pásmo deformace je podél oblouku AB o poloměru:

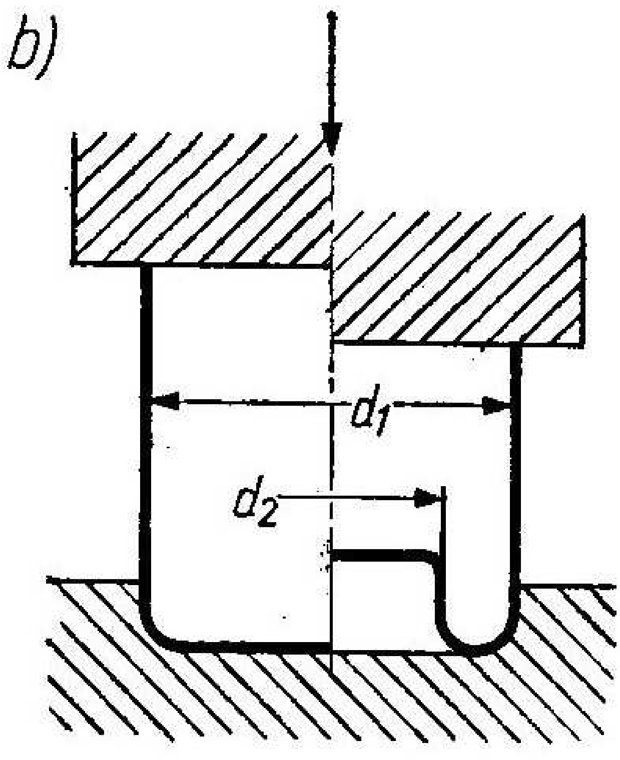
$$\boxed{\rho = -\frac{1}{4} \times (d_1 - d_2)} \qquad (70)$$

přičemž ke změně zakřivení dochází v bodech **A** a **B**.

<u>**Střední intenzita deformace materiálu**</u>, k níž dochází při tomto pochodu je potom:

$$\boxed{\varphi_{i\,celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln\frac{d_1}{d_2} + \frac{2 \times s}{d_1 - d_2} \right)} \qquad (71)$$

Průměr ∅ d_2, při němž <u>**deformace materiálu, a tedy i síla zužování, dosahují minimální hodnoty**</u>, je zvlášť důležitá, neboť právě na tento průměr se změní <u>**válcový polotovar při volné deformaci**</u>, jak je znázorněno na obr. 19 b).



Obr. 19 b) Zužování dna volným zpětným tažením

Síla příslušná pro tento průměr ∅ d_2 je tedy nejvyšší stlačující silou, kterou mohou přenést válcové stěny výtažku opřené o dno, viz. obr. 19 b). Překročí-li stlačující síla přenášená výtažkem horní mez, dojde k samovolnému obrácení materiálu a k zvednutí dna, jak zobrazuje obr. 19 b).

Pro určení průměru ∅ **d_2 odpovídajícímu extrémní celkové hodnotě intenzity $\varphi_{i\ celk}$**, je nutno derivaci podle d_2 výrazu obsaženého v závorkách ve vzorci (71) položit rovnou nule.

$$\frac{d}{d(d_2)} \times \left(\ln\frac{d_1}{d_2} + \frac{2 \times s}{d_1 - d_2} \right) = 0$$

Po derivování a úpravě dostaneme rovnici:

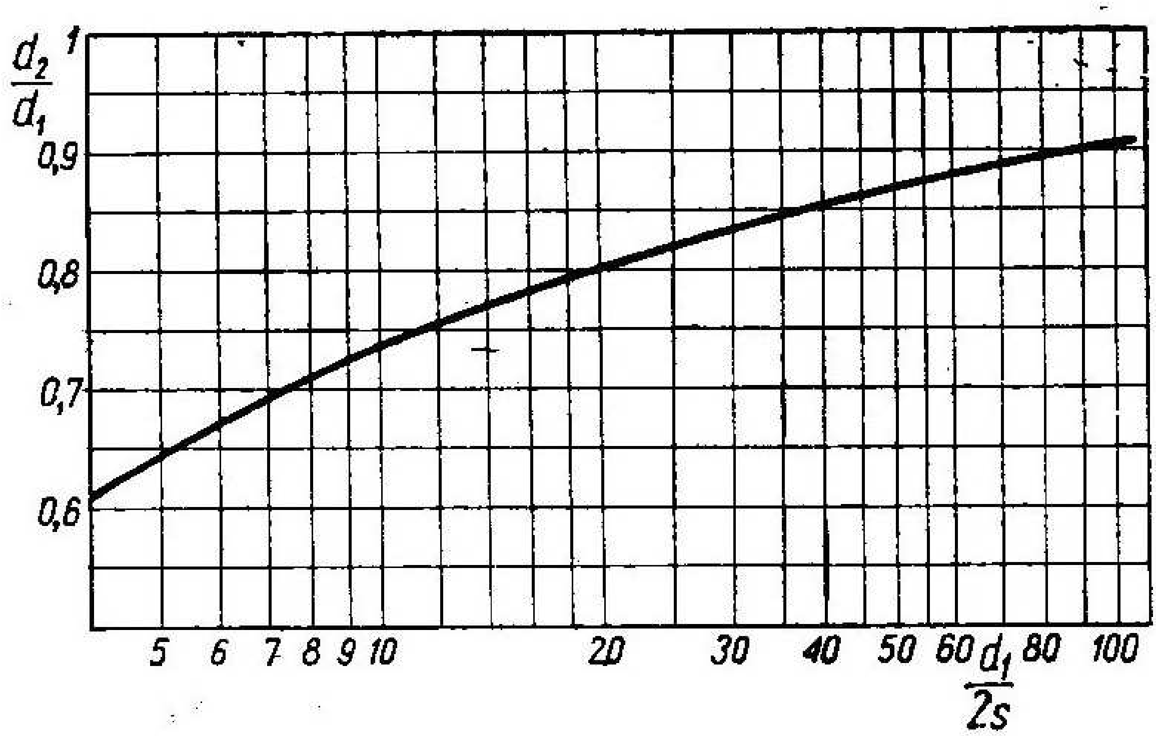
$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 - 2 \times \left(1 + \frac{s}{d_1}\right) \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right) + 1 = 0$$

z níž je možno určit hledanou hodnotu průměru ∅ $\mathbf{d_2}$ vzhledem k průměru ∅ $\mathbf{d_1}$:

$$\boxed{\frac{d_2}{d_1} = 1 + \frac{s}{d_1} - \sqrt{\left(1 + \frac{s}{d_1}\right)^2 - 1}} \qquad (72)$$

kde: ∅ d_1 – výchozí průměr polotovaru,
∅ d_2 – konečný průměr polotovaru po zužování zpětným tažením,
s – tloušťka stěny polotovaru.

Tato závislost je zobrazena diagramem na obr. 20, z něhož vyplývá, že spolu **se vzrůstem poměru d_1 / (2 × s)** se vztah **d_2 / d_1 odpovídající minimu blíží asymptoticky jedné**.



Obr. 20 Závislost poměrů $\mathbf{d_1}$ / **(2** $\times$**s)** na $\mathbf{d_2}$ / $\mathbf{d_1}$

Dosazením takto určené hodnoty poměru $\mathbf{d_2}$ / $\mathbf{d_1}$ do výrazu (71) dostaneme **minimální hodnotu celkové intenzity deformace** $\boldsymbol{\varphi_{i\,celk}}$.

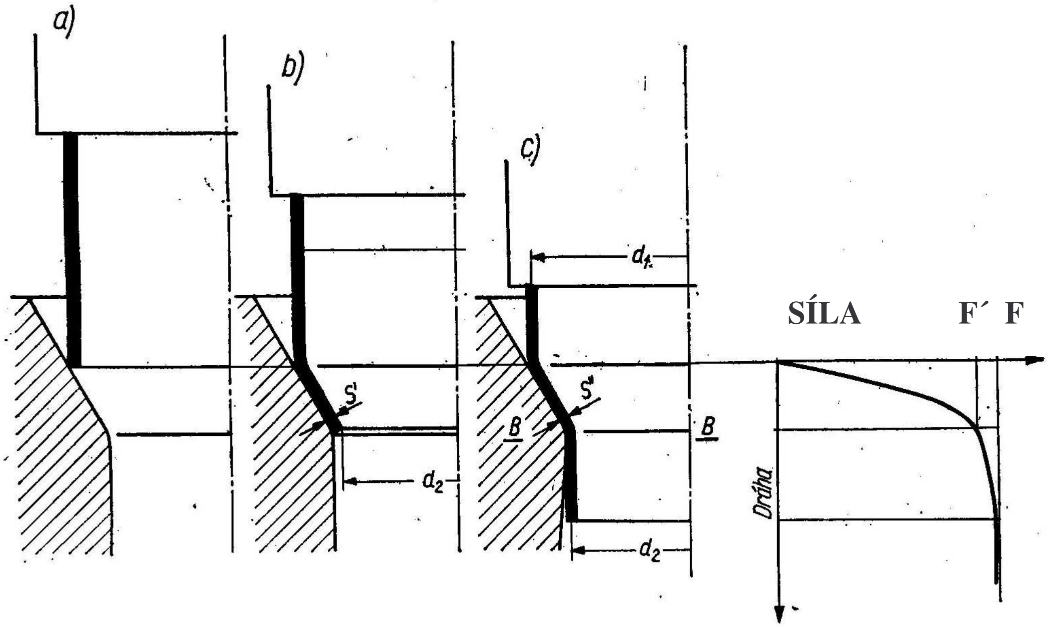
Sílu F´ příslušnou pro tuto hodnotu deformace určíme ze základní závislosti:

$$\boxed{F = \pi \times d_1 \times s \times \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \qquad (73)$$

kde: d_1 – výchozí průměr polotovaru,
s – tloušťka stěny polotovaru,
η – součinitel účinnosti pochodu,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\,celk}$ – minimální hodnota celkové intenzity deformace

3. 3 Zužování (uzavírání) konců trubek

Energetické metody rozboru stacionárních pochodů je rovněž možno využít k přibližnému rozboru **pochodu nestacionárního**, v tomto případě **při zužování (uzavírání) konců trubek**, viz. obr. 23, které lze považovat za **počáteční stádium stacionárního procesu**.



Obr. 23 Uzavírání konce trubky jako výchozí fáze stacionárního pochodu zužování

Počáteční fáze pochodu: okraj trubky přitlačované k tažnici se ohýbá do středu. Dále se materiál posunuje po kuželovém povrchu tažnice, což je doprovázeno zmenšováním průměru otvoru.

Materiál, který je na samém okraji trubky, je během tohoto pochodu podroben **jen působením tlakových obvodových napětí σ_1**, neboť na konec trubky nepůsobí žádná podélná síla.

Taková napjatost vyvolává deformaci konce trubky podle schématu: $-\varphi_1 = 2 \times \varphi_2 = 2 \times \varphi_3$, jemuž odpovídá čára **OA** v **diagramu deformací** (viz. obr. 17 b).

Když průměr otvoru bude odpovídat průměru d_2, bude tloušťka materiálu v tomto místě $s' = s_0 \times \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$. Sílu potřebnou pro tuto fázi pochodu označíme **F´**.

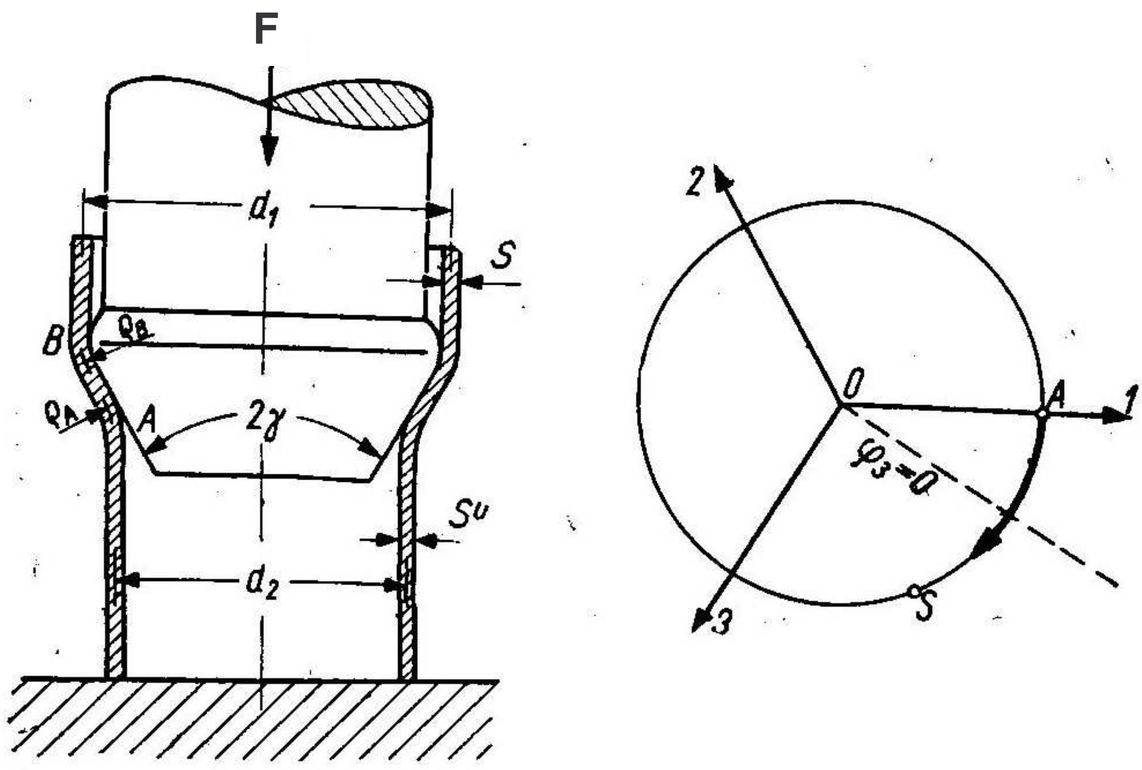
Při dalším vtlačování trubky do otvoru tažnice se na konci začne **tvořit válcová část o průměru d_2** (viz. obr. 23 c), přičemž tloušťka materiálu v průřezu **B–B** a jeho mez kluzu budou ještě nějakou dobu vzrůstat, až posléze se **pochod úplně stabilizuje a změní se na stacionární, při němž tloušťka plechu dosáhne hodnoty**: $s \approx s_0 \times \frac{d_1}{d_2}$, a průběh deformace odpovídá přímce **OR** v **diagramu deformací** (viz. obr. 17 b). Příslušně se rovněž ustálí hodnota síly nutné k protlačování na úrovni síly **F**.

Protože **síla F´ odpovídající částečnému uzavírání trubky** je podle experimentálního zjištění **o málo menší než síla F odpovídající plné stabilizaci procesu** (viz. diagram obr.23), je možno při určování síly F metodou energetické bilance považovat **získaný výsledek za horní mez síly F´** nutné k zmenšení otvoru na konci trubky na průměr **d_2**. **Chyba, jíž se přitom dopouštíme, zvyšuje bezpečnost pochodu !!!**

4. Rozšiřování

4. 1 Rozšiřování trubky kuželovým trnem

Při rozšiřování trubek kuželovým trnem dochází **k zvětšení průměru trubky ∅ d_2 na ∅ d_1 tahovým obvodovým napětím σ_1 a tlakovým napětím meridiálním σ_2 vyvolaným silou F působící na trn**, viz. obr. 24.



Obr. 24 Stacionární pochod rozšiřování

Napjatosti tohoto druhu odpovídá oblouk **AS na kružnici napětí** a charakteristické schéma deformací $\varphi_3 = 0$, $\varphi_2 = \varphi_1$.

Plocha příčného průřezu trubky se proto zvětší stejným poměrem jako její průměr. Naproti tomu se zmenšuje délka trubky.

Intenzita deformace, jíž je podroben materiál při rozšiřování je určena vzorcem:

$$\varphi_{i\ celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\ln \frac{d_1}{d_2} + \frac{s}{2 \times \rho_A} + \frac{s}{2 \times \rho_B} \right) \qquad (74)$$

kde: $\varnothing\, d_2$ – výchozí průměr trubky na středu její tloušťky,
$\varnothing\, d_1$ – konečný průměr trubky na středu její tloušťky,

s – tloušťka stěny trubky,
ρ_A – poloměr zakřivení výtažku vztažený ke středu tloušťky materiálu,
ρ_B – poloměr zakřivení výtažku vztažený ke středu tloušťky materiálu,

přičemž poloměr zakřivení ρ_A lze určit ze závislosti (64).

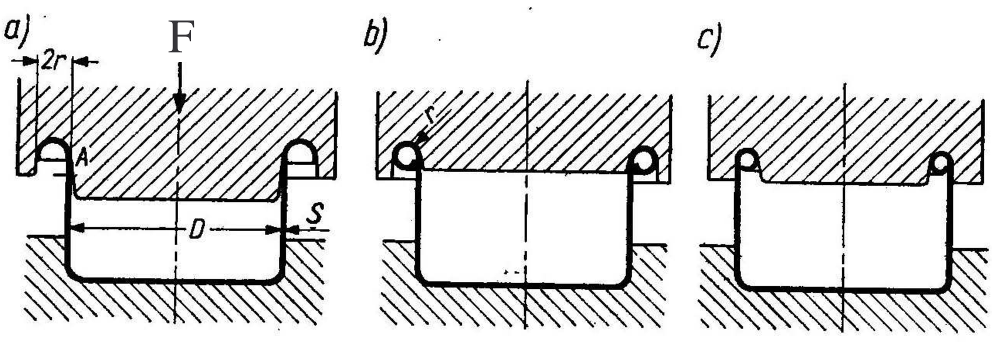
$$\boxed{\mathbf{F} = \boldsymbol{\pi} \times \mathbf{d_2} \times \mathbf{s} \times \frac{\lambda}{\eta} \times \mathbf{R_e} \times \varphi_{\mathbf{i\,celk}}} \qquad (75)$$

kde: $\varnothing$ d_2 – výchozí průměr trubky na středu její tloušťky,
s – tloušťka stěny trubky,
η – součinitel účinnosti pochodu,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\ celk}$ – minimální hodnota celkové intenzity deformace.

přičemž η určujeme ze vzorce (13) a $\mathbf{R_e}$ a λ odečítáme **z diagramu zpevnění**.

4. 2 Lemování

Počáteční fáze při lemování okraje nádoby ve tvaru půlkruhu, viz. obr. 25 je možno považovat jako úkon části stacionárního procesu, kterou můžeme za použití metody **energetické bilance určit přibližnou velikost síly působící na konci pochodu**.



Obr. 25 Lemování okrajů předlisků

<u>Intenzita plastické deformace</u> bude v konečné fázi pochodu součtem deformace související **<u>se změnou zakřivení materiálu v bodě A</u>** a deformace spojené se zvětšením průměru z **<u>∅ D na (∅ D + 4 × r)</u>**:

$$\boxed{\varphi_{i\ celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left[\ln\left(1+\frac{4\times r}{D}\right) + \frac{s}{4\times r} \right]} \qquad (76)$$

kde: r – poloměr obrysu okraje v osovém průřezu.

<u>Příslušná síla lisovníku (pohyblivé části) F bude:</u>

$$\boxed{F = \pi \times D \times s \times \frac{\lambda}{\eta} \times R_e \times \varphi_{i\,celk}} \qquad (77)$$

kde: ∅ D – průměr válcové části nádoby,
s – tloušťka stěny nádoby,
η – součinitel účinnosti pochodu,
λ – součinitel plnosti diagramu zpevnění,
R_e – mez kluzu,
$\varphi_{i\ celk}$ – hodnota celkové intenzity deformace.

Analogicky určíme rovněž **<u>sílu F nutnou k lemování okraje do tvaru zcela uzavřené trubky</u>**, viz. obr. 25 b). V tomto případě se přidruží ještě **<u>deformace spojená s opětným zmenšením průměru okraje z (∅ D + 4 × r) na ∅ D.</u>**

Připočítáme-li tuto složku k deformaci vyjádřené vzorcem (76), dostaneme v konečném výsledku:

$$\boxed{\varphi_{i\ celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left[2\times\ln\left(1+\frac{4\times r}{D}\right) + \frac{s}{4\times r} \right]} \qquad (78)$$

kde: ∅ D – průměr válcové části nádoby,
s – tloušťka stěny nádoby,
r – poloměr obrysu okraje v osovém průřezu.

Je-li průměr lemování **<u>2 × r malý ve srovnání s průměrem nádoby ∅ D</u>**, je možno tento vzorec zjednodušit pomocí vztahu:

$$\ln\left(1 + \frac{4 \times r}{D}\right) \approx \frac{4 \times r}{D} \qquad (79)$$

Dostaneme pak **intenzitu plastické deformace:**

$$\boxed{\varphi_{i\ celk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{8 \times r}{D} + \frac{s}{4 \times r}\right)} \qquad (80)$$

Při určité **hodnotě poloměru „r“ dosahuje tento výraz v závorce minimální hodnoty**, což odpovídá nejmenší hodnotě síly nutné k lemování okraje, a tedy optimálním podmínkám pochodu. Pro určení tohoto minima, položíme derivaci rovnou nule podle poloměru „**r**“ výrazu (80):

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{8 \times r}{D} + \frac{s}{4 \times r}\right) = 0$$

Z něhož lze určit optimální hodnotu poloměru:

$$\boxed{r_{opt} = \sqrt{\frac{D \times s}{32}}} \qquad (81)$$

Vzorec (76) a (80) platí rovněž při **lemování okraje válcové nádoby směrem dovnitř**, viz. obr. 26 c).